UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
CENTRO DE ESTUDOS SUPERIORES DE PARINTINS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Leandro Teixeira de Lima

UM DESAFIO NO APRENDIZADO DA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: SOMA DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

PARINTINS
2017

Leandro Teixeira de Lima

UM DESAFIO NO APRENDIZADO DA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: SOMA DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas, no Centro de Estudos Superiores de Parintins, para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Orientador: Msc. Clodoaldo Pires Araújo

PARINTINS
2017

TERMO DE APROVAÇÃO

UM DESAFIO NO APRENDIZADO DA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: SOMA DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Este trabalho foi julgado e aprovado para a obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade do Estado do Amazonas, no Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP).

Parintins, _____ de ________________ de 2017.

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Msc. Clodoaldo Pires Araújo
Orientador - Universidade do Estado do Amazonas

____
Profa. Msc. Isabel do Socorro Lobato Beltrão
Profa. – Universidade do Estado do Amazonas

____
Prof. Esp. Gideão Teixeira Queiroz
Prof. Convidado – Universidade do Estado do Amazonas

Dedico este trabalho a minha mãe Maria do Carmo Teixeira de Lima por sempre acreditar em meus sonhos e a meus filhos Luan Lippy Fonseca de Lima e Emanuelly Souza de Lima que são minha fonte de inspiração.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus primeiramente por estar ao meu lado em todos os momentos, por não abandonar-me quando mais precisei; em segundo aos meus pais Raimundo Ribeiro de Lima e Maria do Carmo Teixeira de Lima, em especial a minha mãe em sua memória.

Aos irmãos Maria de Nazaré Teixeira de Lima, Vanuza Teixeira de Lima, Elias Teixeira de Lima, Lauriane Teixeira de Lima, que contribuíram para que este momento se tornasse possível, aos amigos Paulo José Tavares Pinto, Cristielem da Silva de Souza, Liliane Saraiva e aos colegas do curso de Matemática, que de forma direta e indiretamente contribuíram na minha caminhada durante a formação.

Aos professores Júlio Cézar Marinho da Fonseca, Paulo Sérgio Ribeiro da Silva, Marcia Sarrafe Nascimento, Pedro Silva Coimbra Rodrigues, Manoel Fernandez Braz Rendeiro, Maildson Araújo Fonseca, Nélio Martins Sasaki, Mateus de Souza Coelho, Gideão Teixeira Queiroz, Aldenor Andrade do Amaral com os quais aprendi muito dos significados que a Matemática representa como ciência e com os quais desenvolvi minhas habilidades. Bem como à coordenação do curso de Matemática.

Agradeço ainda, em especial à professora da disciplina TCC II Lucélida de Fátima Maia da Costa, a meu orientador Clodoaldo Pires Araújo e a amiga Alessandra Alves dos Santos, que contribuíram na construção desse trabalho.

À instituição de ensino superior na qual desenvolvi durante esses quatro anos a minha formação acadêmica, a Universidade do Estado do Amazonas – Centro de Estudos Superiores de Parintins, ao qual dirijo meus agradecimentos ao diretor David Xavier. Bem como à casa do estudante e seus funcionários onde fui muito bem acolhido durante o tempo de estadia.

“Conhece-te a ti mesmo.”

Sócrates

RESUMO

O presente artigo traz a proposta de verificação da conjuntura do ensino de Matemática a partir do uso da operação da soma de frações. Nestes termos, este artigo tem por objetivo discutir os resultados de uma pesquisa que avaliou as dificuldades, no processo de desenvolvimento do aprendizado matemático da soma de números fracionários no ensino médio. A pesquisa está apoiada nos seguintes autores: Brasília (2006), Carvalho (2009), Cury (2007), Haydt (2006), Pinto (2000), entre outros. Para obtenção de informações, utilizou-se a pesquisa de campo do tipo quantitativo-descritivos, para os estudos de verificação de hipóteses. Também utilizou-se as técnicas de observação, questionários e entrevista semiestruturada. Pois, através das mesmas foi possível identificar o percentual de alunos com dificuldades na operação de soma de frações; analisando os erros referentes à problemática levantada e verificando a utilização da "soma algébrica" como método alternativo para somar frações. A pesquisa tem como amostra trinta alunos, sendo esses do 1º ao 3º ano e três professores do ensino médio em uma escola da rede estadual, localizada na cidade de Parintins/AM. Nesse contexto, os dados apontam para um percentual elevado de alunos que desconhecem os métodos para soma de frações com denominadores diferentes, mas a partir do método de "soma algébrica" é possível reverter essa problemática. Dessa forma compreendemos a importância do estudo da soma frações para o aprendizado dos conteúdos da matemática do ensino médio, pois os mesmos podem contribuir no aspecto escolar e social dos alunos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Soma. Frações. Dificuldade.

ABSTRACT

The present article brings the proposal of verification of the conjuncture of the teaching of Mathematics starting from the use of the operation of the sum of fractions. In these terms, this article has for objective to discuss the results of a research that it evaluated the difficulties, in the process of development of the mathematical learning of the sum of fractional numbers in the medium teaching. The research is leaning in the following authors: Brasília (2006), Carvalho (2009), Cury (2007), Haydt (2006), Pinto (2000), among others. For obtaining of information, the research of field of the quantitative-descriptive type was used, for the studies of verification of hypotheses. It was also used the observation techniques, questionnaires and glimpsed semi-structured. Because, through the same ones it was possible to identify the percentile of students with difficulties in the operation of sum of fractions; analyzing the mistakes regarding the lifted up problem and verifying the use of the "algebraic sum" as alternative method to add fractions. The research has as sample thirty students, being those of the 1st to the 3rd year and three teachers of the medium teaching in a school of the state net, located in the city of Parintins/AM. In that context, the data appear for a percentile one high of students that ignore the methods for sum of fractions with different denominators, but starting from the method of "algebraic sum" it is possible to revert that problem. In that way we understood the importance of the study of the sum fractions for the learning of the contents of the mathematics of the medium teaching, because the same ones can contribute in the students' school and social aspect.

Word key: Teaching of Mathematics. Sum. Fractions. Difficultie.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.. p. 8

1. DIFICULDADES EM SOMAR FRAÇÕES... p. 10

2. ANÁLISE DE ERROS NA OPERAÇÃO SOMA DE FRAÇÕES............................. p. 16

3. “SOMA ALGÉBRICA” COMO OPÇÃO DE MÉTODO... p. 19

CONSIDERAÇÕES FINAIS.. p. 20

REFERÊNCIAS.. p. 21

APÊNDICES.. p. 22

APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido....................................... p. 23

APÊNDICE B – Questionário 1 – 1º ano do Ensino Médio.. p. 24

APÊNDICE C – Questionário 1 – 2º ano do Ensino Médio.. p. 26

APÊNDICE D – Questionário 1 – 3º ano do Ensino Médio... p. 28

APÊNDICE E – Questionário 2 – 1º ano do Ensino Médio... p. 30

APÊNDICE F – Questionário 2 – 2º ano do Ensino Médio.. p. 31

APÊNDICE G – Questionário 2 – 3º ano do Ensino Médio... p. 32

INTRODUÇÃO

O conhecimento matemático alcançou grande êxito a partir da criação dos números fracionários, como enfatiza D'Ambrósio (2009, p. 34) "a distribuição de recursos e a repartição das terras férteis deram origem a formas muito especiais de matemática. [...], desenvolvendo principalmente frações". Nesse sentido, o presente artigo aborda especificamente os números racionais na sua forma fracionária e apresenta resultados de uma pesquisa, que investigou a origem das dificuldades dos alunos de ensino médio em trabalhar soma de números fracionários com denominadores diferentes.

O interesse pelo tema surgiu a partir das observações durante as atividades do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) e Estágio Supervisionado II, onde constatou-se que os alunos das turmas de 1º ao 3º ano demonstravam certa resistência em trabalhar as operações que envolviam frações, tornando-se mais evidente no momento de resolver questões que necessitavam somar ou subtrair frações, sendo preferível por eles desenvolver cálculos com números naturais ou inteiros.

Os objetivos traçados para a pesquisa são numa perspectiva geral avaliar as dificuldades no desenvolvimento do aprendizado matemático através do uso das operações de soma de números fracionários com denominadores diferentes do 1º ao 3º ano do ensino médio, dessa forma;

> o que se espera de uma avaliação numa perspectiva transformadora é que os seus resultados constituam parte de um diagnóstico e que, a partir dessa análise da realidade, sejam tomadas decisões sobre o que fazer para superar os problemas constatados: perceber a necessidade do aluno e intervir na realidade para ajudar a superá-la (VASCONCELLOS, 2005, p. 89).

Tal diagnóstico está embasado nos seguintes objetivos específicos, onde: identificou-se o percentual de alunos com dificuldades em trabalhar as operações de soma de números fracionários com denominadores diferentes. Como também, analisaram-se os erros apresentados pelos alunos nas resoluções que é necessário a utilização da operação de soma de frações. Neste sentido Pinto (2000, p. 139) ressalta que "o erro, se observado com maior rigor, poderá oferecer novos elementos para o professor refletir sobre suas ações didáticas e, com isso, imprimir novos direcionamentos a suas práticas pedagógicas". E verificaram-se os resultados da utilização da "soma algébrica" como método operacional para soma de números fracionários com denominadores diferentes na sua aplicação em conteúdos da disciplina Matemática.

Nesse contexto, utilizou-se a pesquisa de campo do tipo quantitativo-descritivo, aonde Lakatos (2003, p. 187) classifica como um “estudo de verificação de hipóteses”, que “são aqueles estudos quantitativo-descritivos que contém, em seu projeto de pesquisa, hipóteses explicitas que devem ser verificadas”.

Dessa forma, procurou-se por meio de um questionário misto (pré-teste), como Lakatos (2003, p. 212) enfatiza “é um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador”, identificando o percentual de alunos que não sabiam desenvolver qualquer um dos métodos ensinados a partir do 6º ano do ensino fundamental para resolver uma operação de soma de frações.

Após a realização do pré-teste com as turmas, cuja intenção é verificar as causas das dificuldades em resolver questões com frações de denominadores diferentes, dando um diagnóstico preliminar sobre as dificuldades no desenvolvimento das operações de soma de números fracionários, realizou-se uma revisão (intervenção) dos métodos de soma através do M.M.C. (Mínimo Múltiplo Comum) e “soma algébrica”. Após a intervenção aplicou-se o pós-teste (questionário) que utilizou as três ultimas questões do pré-teste, possibilitando uma comparação entre resultados.

Na construção dos dados da pesquisa, tem-se também a realização da observação direta, como descreve Lakatos (2003) “é uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade”, nesse caso das atividades desenvolvidas durante o acompanhamento dos alunos, tais como na resolução de exercício no caderno e a participação nas atividades no quadro branco. Realizou-se, também, entrevista com três professores das turmas analisadas para conhecer suas experiências e percepções referentes à temática investigada. Tendo com base o que diz Lakatos (2003, p. 195), “a entrevista é um procedimento utilizado na investigação social, para a coleta de dados ou para ajudar no diagnóstico ou no tratamento de um problema social.”.

Após levantar essas informações, analisou-se os resultados das técnicas aplicadas, embasando na orientação de Lakatos (2003, p. 168) onde ressalta em sua obra que “Na analise o pesquisador entra em maiores detalhes sobre os dados decorrentes do trabalho estatístico, a fim de conseguir respostas às suas indagações, e procura estabelecer relações necessárias entre os dados obtidos e as hipóteses formuladas”.

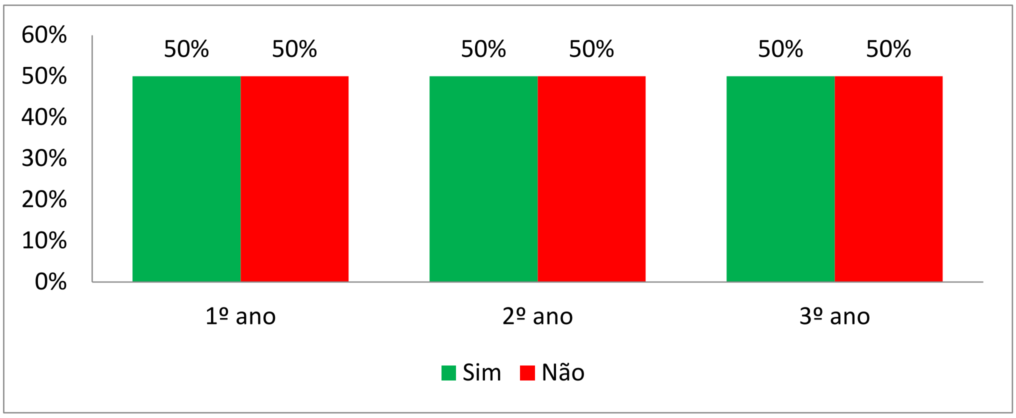
Os resultados obtidos estão estabelecidos em três seções deste artigo que discutem as causas do problema; os resultados alcançados nos questionários de pré-teste; intervenção; pós-teste e nos relatos registrados na entrevista dos professores.

1. DIFICULDADES EM SOMAR FRAÇÕES

O termo "dificuldade" significa segundo o dicionário Aurélio (2001, p. 236) "1 Caráter de difícil, 3 O obstáculo, óbice, 4 Situação crítica". Nesse sentido, buscou-se através de alguns questionamentos direcionados a dez alunos de cada turma pesquisada, verificar qual o percentual de alunos com dificuldade em somar ou subtrair frações com denominadores diferentes. Vale ressaltar que: toda subtração é uma soma em $\mathbb{Z}$, onde "dados a e b números pertencentes a $\mathbb{Z}$, definimos a diferença $a - b$ por $a - b = a + (-b)$. Assim, a subtração em $\mathbb{Z}$ é uma função que associa cada par (a, b) ao numero $a + (-b)$, ou seja: $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $(a, b) \mapsto a + (-b)$" (CARVALHO; GIMENEZ, 2009, p. 57).

A investigação sobre as dificuldades está alicerçada no seguinte questionamento: Você tem dificuldade em somar ou subtrair frações? Como mostra o gráfico 1, entende-se que há um percentual considerável de alunos que reconheceram ter dificuldade em trabalhar com a operação de soma de frações, sendo que outra porcentagem afirmou não ter. Contrapondo a segunda afirmativa, observa-se ao analisar os dados das demais questões, como consta na tabela 1, de forma evidente, que há um percentual maior de alunos com dificuldade, alcançando uma percentagem de 100% nas três turmas pesquisadas.

Gráfico 1 – Questão 1 (Q1)



Fonte: Arquivo pessoal.

Esta percentagem de 100% está relacionada ao percentual de acerto das três ultimas questões propostas representarem 0%, o que apoia dizer que os alunos dos três anos escolares pesquisados desconhecem ou não dominam qualquer um dos métodos utilizados para solução das questões. Com essas informações identificou-se outro fator relevante de sua dificuldade, o qual se refere ao fato do aluno pensar que sabe somar frações, mas na verdade não sabe, pois, entra em contradição, ao deixar em branco as questões propostas ou errando todas as questões acima citadas sem deixar claro qual método tentou utilizar para resolver, como mostra a tabela 1 abaixo:

Tabela 1 – Questões do pré-teste (Q6, Q7, Q8)

Questão	Q 6			Q 7			Q 8		
	acerto	erro	branco	acerto	erro	branco	acerto	erro	branco
1º ano	0%	40%	60%	0%	20%	80%	0%	30%	70%
2º ano	0%	70%	30%	0%	70%	30%	0%	60%	40%
3º ano	0%	40%	60%	0%	40%	60%	0%	0%	100%

Fonte: Arquivo do pesquisador

De posse dessas informações vale ressaltar que este fato deixa uma preocupação em relação à qualidade do ensino de Matemática recorrente a todo ensino médio, sendo que de acordo com Brasília (2006, p. 70) “no trabalho com números e operações deve-se proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do quotidiano, tais como: [...], operar com frações”.

Os índices até aqui comprovam a existência desta dificuldade em todo ensino médio, o que nos leva a refletir sobre o trabalho realizado com este conteúdo, sendo que foi observado que não há um acompanhamento paralelo que dê uma resposta positiva com relação ao problema detectado no pré-teste, onde foram verificadas as dificuldades em conceitos que são trabalhados em conjunto com a operação de soma de frações, tais como de números primos, fatoração, M.M.C. e M.D.C. (Máximo Divisor Comum), o que torna um agravante dentro do processo de assimilação dos dois algoritmos da operação.

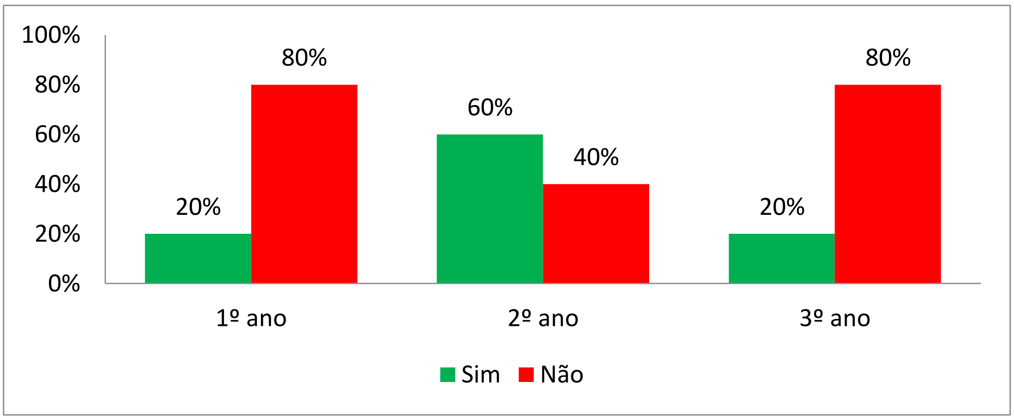
Diante disto, propõe-se que os professores insistam em trabalhar esses conceitos em suas aulas. Como bem coloca o MEC (Ministério da Educação) em suas orientações aos professores de Matemática do ensino médio;

> Algumas vezes, de forma intencional, são retomados assuntos já tratados no ensino fundamental – é o momento de consolidar certos conceitos e ideias da matemática escolar que dependem de explicações cuja compreensão exige uma maior maturidade (BRASÍLIA, 2006, p. 70).

Podemos verificar ainda, a partir da tabela 1, que a porcentagem de alunos com as dificuldades acima citadas, são resultados de questões incluídas no questionário 1, em anexo, que aborda de forma sistemática os principais conceitos relacionados aos dois métodos para somar frações.

Com o intuito de mostrar que a dificuldade dos alunos derivava de conceitos primários aos da operação, já mencionados aqui, direcionou-se a seguinte pergunta: Quais são os cinco primeiros números primos em ordem crescente? Sendo que o aluno deveria escrever em ordem crescente os cinco números primos. De acordo com Domingues e Iezzi "um número inteiro p é chamado número primo se as seguintes condições se verificam: i) $p \neq 0$; ii) $p \neq \pm 1$, ii) os únicos divisores de p são $\pm 1, \pm p$" (DOMINGUES; IEZZI, 2003, p. 39). Ainda que a pergunta pareça simples, muitos alunos não souberam responder como indica o percentual do gráfico 2. Apenas com esta pergunta pode-se ter uma noção do problema em questão.

Gráfico 2 – Questão 2 (Q2)



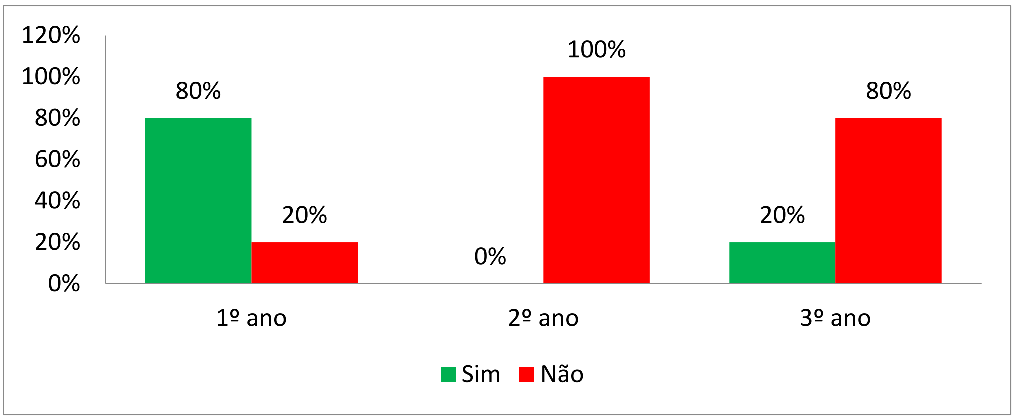
Fonte: Arquivo pessoal.

Como indica o gráfico acima, a dificuldade verificada é maior no 3º ano, o que não se esperava, tal fato quebra qualquer ideia de que esse ano escolar deveria por sua experiência e maior variedade de conteúdos estudados dominarem este conceito, mas tal dedução não é verdadeira na prática, bem como está evidente que o 1º ano também não domina este conceito, embora tenha visto estes conceitos de forma isolada há menos tempo que o 3º ano.

A segunda pergunta tem ligação direta com a terceira, que verifica: Você sabe como fatorar um número inteiro? Seguida da ressalva: onde o aluno deveria fatorar o número 72. Nesse processo Hernstein ressalta que "Qualquer inteiro positivo $a > 1$ pode ser fatorado de um único modo como $a = {p_1}^{\alpha_1}.{p_2}^{\alpha_2} \dots {p_i}^{\alpha_i}$, onde $p_1 < p_2 < \cdots < p_i$ são números primos e onde cada $\alpha_i > 0$" (HERNSTEIN, 1970, p. 23).

Em consequência de muitos não saberem responder a pergunta anterior, os reflexos são evidentes de que não sabem fatorar um número inteiro como indica o gráfico 3, que pode ser observado também na próxima pergunta.

Gráfico 3 – Questão 3 (Q3)



Fonte: Arquivo pessoal.

Como encontrar o M.M.C. de dois ou mais números inteiros? Seguida da ressalva: determine o M.M.C. dos números 72 e 48. Morgado define M.M.C. em $\mathbb{Z}$ como: “Sejam a e b dois números não nulos. O número $m = \frac{|ab|}{mdc(a,b)}$ é o único inteiro que possui simultaneamente as propriedades: i) $m \geq 0$; ii) $a|m$ e $b|m$; iii) Se $a|n$ e $b|n$, então, $m|n$” (MORGADO et al, 1974, p. 11).

Com estas perguntas chegou-se a uma melhor compreensão da dificuldade que estes alunos têm em trabalhar o método de soma de frações com denominadores diferentes, utilizando o M.M.C., sendo que os resultados não foram diferentes como indica o gráfico 4.

Através das resoluções identificou-se que estes alunos apresentam duvidas e acabam confundindo os conceitos entre fatoração e M.M.C., bem como entre o conceito de M.M.C. e M.D.C.. Por exemplo, durante as resoluções analisadas muitos alunos realizaram o processo para encontrar o M.M.C. de dois números fatorando cada número separadamente, caracterizando-se como uma fatoração. Sendo que fatoração em $\mathbb{Z}$ está definida como;

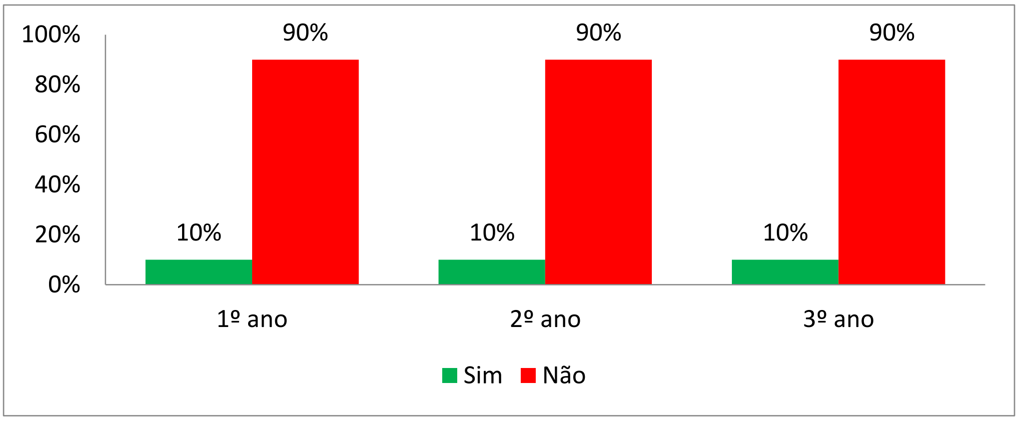
> O Teorema Fundamental da Aritmética, onde: Seja b um número inteiro diferente de 0, 1 e -1. Então, existem números primos positivos $p_1 < p_2 < p_3 < \cdots < p_n$ e existem números naturais $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_n$, tais que $b = E.p_1{}^{\alpha_1}.p_2{}^{\alpha_2} \ldots p_n{}^{\alpha_n}$, com $E = 1$ se b for positivo ou $E = -1$ se b for negativo. Além disso, esta decomposição e única (CARVALHO; GIMENEZ, 2009, p. 142).

Em outro exemplo, os alunos que tentaram determinar o M.D.C. de dois números inteiros, desenvolvendo a solução através do conceito de M.M.C., mas sabe-se que uma das formas de determinar o M.D.C. é através de divisões sucessivas entre dois números inteiros, com a utilização do resto a partir da segunda divisão, o que deixa evidente que há uma confusão entre esses conceitos. Nesse sentido;

> [...] um elemento $d \in \mathbb{Z}$ se diz máximo divisor comum de a e b se cumpre as seguintes condições: i) $d \geq 0$; ii) $d|a$ e $d|b$; iii) Se d' é um inteiro tal que $d'|a$ e $d'|b$, então $d' \mathrm{I} d$, ou seja, todo divisor comum a a e b também é divisor de d. Sendo assim temos $mdc(a,b) = mdc(|a|,|b|) = d$ (DOMINGUES; IEZZI, 2003, p. 45).

Em consequência disso, o gráfico (4) a seguir mostra que há um número expressivo de alunos das três turmas, onde apenas um entre dez alunos sabe determinar o M.M.C. de dois ou mais números inteiros, o que é necessário quando se quer determinar o M.M.C. dos denominadores de duas ou mais frações (CHAVES, 2009).

Gráfico 4 – Questão 4 (Q4)

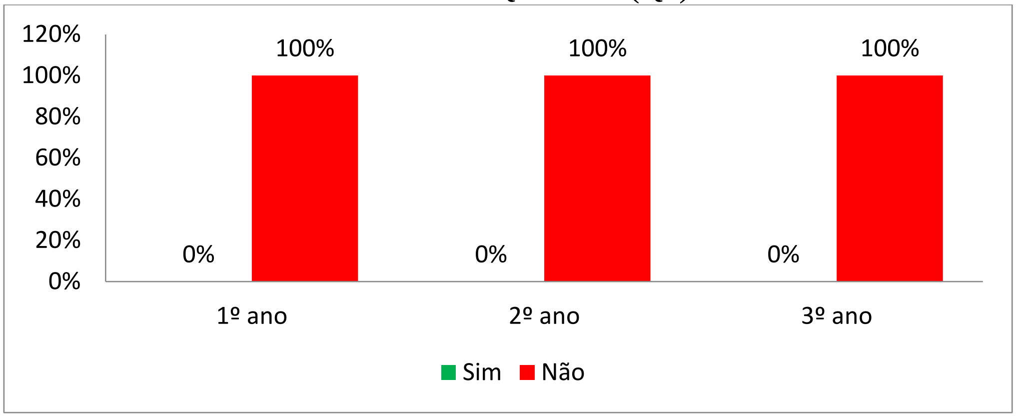


Fonte: Arquivo pessoal.

De forma independente da pergunta anterior, com o objetivo de verificar se estes alunos sabem simplificar frações proporcionais em frações irredutíveis, ou seja, fração composta por números primos entre si, como afirma Morgado (1974, p. 11) “Dizemos que a e b são primos entre si, se e só se $\mathrm{M.D.C.}(a,b) = 1$”; aplicou-se a seguinte pergunta: Você sabe como encontrar o M.D.C. de dois números inteiros? Seguida da ressalva: determine o M.D.C. dos números 72 e 56. Tendo em vista a importância do M.D.C. na simplificação de frações, pois com isso, seria possível identificar se estes alunos conseguiriam trabalhar o método de “soma algébrica” sem dificuldades.

Os resultados mostram, porém, que a percentagem foi de 100% nos três anos escolares pesquisados de alunos que não sabem determinar o M.D.C. de dois números inteiros, como consta no gráfico 5. Algo muito preocupante, pois, o conceito de M.D.C. é de suma importância no estudo dos números inteiro e por abranger outros conceitos matemáticos que vão além dos estudados na fase do ensino médio, formando assim uma escala de dependência de pré-requisitos no estudo da Matemática (DOMINGUES; IEZZI, 2003).

Gráfico 4 – Questão 5 (Q5)



Fonte: Arquivo pessoal.

Como indica o gráfico acima, as percentagens entre os anos escolares pesquisados são alarmantes, pois, não se esperava que houvesse um resultado tão desanimador para esta pergunta e para a verificação do domínio do conceito em si. Esse gráfico é prova suficiente para evidenciar que o conceito de M.D.C. não foi assimilado pelos alunos, como também desconhecem sua aplicação e por isso não sabem em qual momento utiliza-lo no algoritmo da operação de soma de frações.

Cabe aqui enfatizar a orientação sugerida aos professores de Matemática pelo MEC (Ministério da Educação) que ao trabalhar os conteúdos que envolvam estes conceitos acima citados, “mesmo que as operações e os algoritmos já tenham sido estudados no ensino fundamental, é importante retomar esses pontos, aproveitando a maior maturidade dos alunos para entender os pontos delicados dos argumentos que explicam essas operações e algoritmos” (BRASÍLIA, 2006, p. 71).

Como evidencia o texto acima, a revisão é parte de um processo de consolidação de conceitos trabalhados em momentos anteriores, sendo que é nesse momento da formação que se espera que o aluno assimile com maior maturidade estes conceitos. Diante das ideias apresentadas podemos destacar o relato dos três professores entrevistados, ao descreverem que as revisões a estes conceitos são incluídas nas aulas de Matemática sempre que necessário, porém, ao analisar os resultados mencionados até aqui, fica evidente que o trabalho de revisão não está atingindo os resultados esperados, ou seja, o modo como às revisões estão sendo feita não estão apresentando bons resultados.

Diante disso, tem-se uma situação difícil de resolver, sendo que a operação com frações exigem todos estes conceitos e um esforço demasiado para sua compreensão e domínio. Ao passo que:

> [...] a verdadeira aprendizagem sobre as frações exige tempo, maturidade de pensamento e muita dedicação, pois este conteúdo é amplo e exige certa capacidade de abstração, pois engloba outros conceitos como divisões para obter o número decimal de uma fração, frações equivalentes para realizar somas e subtrações [...] (MELO; ANDRADE, 2013, p. 54 apud PELISSARO, 2011, p. 14).

Desta forma, a revisão constante a esses conteúdos se faz necessário para que o aluno relembre estes conceitos e supere estas dificuldades. Como bem será colocado na próxima seção a partir da reflexão do erro como estratégia didática.

2. ANÁLISE DE ERROS NA OPERAÇÃO SOMA DE FRAÇÕES

Segundo Aurélio (2001, p. 277) o “erro” refere-se ao “1. Ato ou efeito de errar. 2. Juízo falso. 3. Incorreção”. Esse termo tem relação direta com sentido que propõe-se com a descrição de tais erros detectados nessa seção. Todavia buscou-se além de descrever estes erros, também de oferecer um significado ao ato de errar destes alunos, dando-os a possibilidade de apropriar-se desses significados.

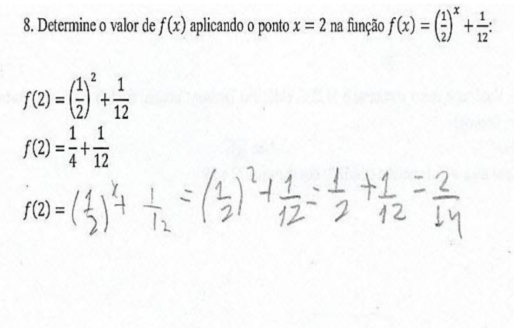
Além de verificar qual a percentagem de alunos que tem dificuldade em trabalhar a operação de soma ou subtração com frações. Essa pesquisa também procurou identificar quais os erros mais comuns cometidos pelos alunos durante a resolução das questões conceituadas em cima dos temas trabalhados no ensino médio, que exigem o domínio da operação de soma. Dessa forma;

> uma possibilidade de trabalhar com os resultados de pesquisas sobre os erros cometidos por estudantes são atividades que exploram os conteúdos nos quais os alunos têm maiores dificuldades de aprendizagem ou com os quais desenvolvem habilidades matemáticas, de maneira geral (CURY, 2007, p. 85).

Os resultados são claros em relação às informações prestadas pelos alunos, visto que, os erros estão mais evidentes após a intervenção, devido às orientações sobre os algoritmos dos métodos. Com isso, os alunos se mostraram mais confiantes em resolver as questões do pós-teste, tendo a opção de utilizar o método de sua preferência. Embora tenha havido erros, são estes erros que ajudaram a compreender melhor as linhas dos algoritmos que devem ser mais trabalhadas.

Os resultados da tabela 1 mostram a percentagem de acertos, erros e questões deixadas em branco do pré-teste, onde se observa que o índice de acertos é inexistente, resultando num percentual alto com relação às questões deixadas em branco e erros cometidos. Dentre os erros que se destacaram nesse índice, está a ideia que os alunos tiveram para realizar a operação, onde somaram numerador com numerador e denominador com denominador, como mostram as figuras 1 e 2 abaixo, detectada nas turmas do 1º e 2º ano.

Imagem 1 – Erro na questão 8 (pré-teste)



8. Determine o valor de $f(x)$ aplicando o ponto $x = 2$ na função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{12}$:

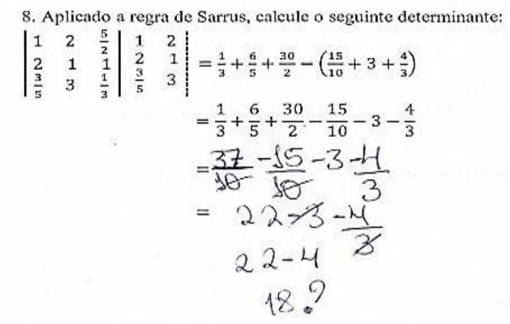
$$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}$$

$$f(2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{12} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{2}{14}$$

Fonte: Arquivo pessoal.

Imagem 2 – Erro na questão 8 (pés-teste)



8. Aplicado a regra de Sarrus, calcule o seguinte determinante:

$$\left|\begin{matrix} 1 & 2 & \frac{5}{2} \\ 2 & 1 & 1 \\ \frac{3}{5} & 3 & \frac{1}{3} \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ \frac{3}{5} & 3 \end{matrix} = \frac{1}{3} + \frac{6}{5} + \frac{30}{2} - \left(\frac{15}{10} + 3 + \frac{4}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{6}{5} + \frac{30}{2} - \frac{15}{10} - 3 - \frac{4}{3}$$

$$= \frac{37}{30} - \frac{15}{10} - 3 - \frac{4}{3}$$

$$= 22 - 3 - \frac{4}{3}$$

$$22 - 4$$

$$18?$$

Fonte: Arquivo pessoal.

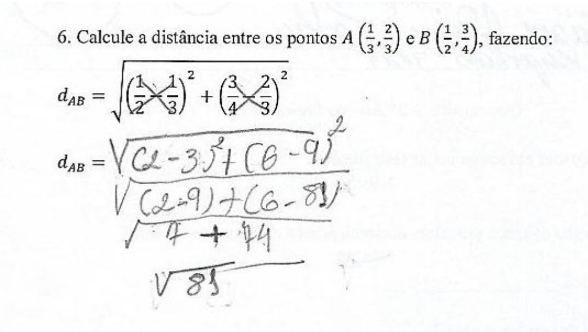
As demais observações feitas dos rascunhos das três turmas constam apenas de tentativas sem um padrão matemático conhecido, o que mostra que o aluno de fato não conhecia nenhum método. Embora, segundo os relatos dos professores que trabalham com estas turmas tenham citado em seus relatos que os mesmos utilizam os dois métodos, sempre acompanhada de uma breve revisão. Mas como consta em Pinto (2000, p. 37) “diagnosticar e corrigir os erros não é suficiente para a melhoria do ensino. Os erros contêm um potencial educativo que precisa ser mais bem explorado, não apenas pelos professores, como também pelos próprios alunos”.

Nesse sentido, verificamos que existe uma discrepância com relação ao trabalho do professor e os resultados na prática, mas vale evidenciar que o fato do aluno não assimilar o conteúdo nas revisões está circundada também na falta de interesse, situação identificada durante a etapa de observação. Nesta perspectiva:

> Herbart foi o primeiro educador a formular, de modo claro e explicito, uma teoria do interesse. Ele afirmava que o interesse não era apenas um meio para garantir a atenção do aluno durante a aula, mas uma forma de assegurar que as novas ideias ou representações fossem assimiladas ou integradas organicamente àquelas já existentes, formulando uma nova base de conduta (HAYDT, 2006, p. 21).

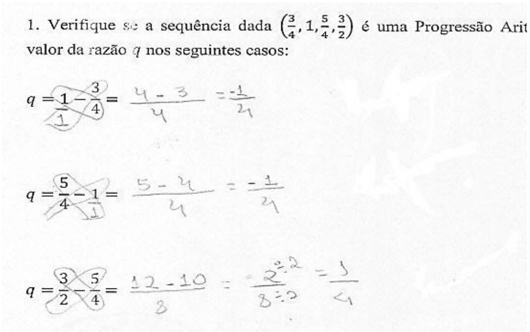
Diante dessa realidade, o trabalho de intervenção teve a dupla função de tentar melhorar o índice de acertos, como também de dar ao aluno a possibilidade de produzir material para analise de erros o qual nos interessava, pois, entendemos que mesmo com uma aula de revisão do método e todos os conceitos envolvidos, haveria o risco de não alcançar os resultados esperados. Porém, a forma como os alunos desenvolveram as questões do pós-teste superou as expectativas. Sendo que o pós-teste nos forneceu os dados necessários para análise dos erros, onde foi detectado, por exemplo, que: após os alunos realizarem parte do algoritmo correto, em um determinado momento eles esquecem o próximo passo e acabam deixando a resolução incompleta, levando ao erro. Nesse sentido "Sócrates afirmava que os metres devem ter paciência com os erros e as duvidas de seus alunos, pois é a consciência do erro que os leva a progredir na aprendizagem" (Haydt, 2006, p. 16 apud Sócrates, século V a.C.).

Imagem 3 – Erro na questão 8 (pré-teste)



Fonte: Arquivo pessoal.

Imagem 4 – Erro na questão 1 (pós-teste)



Fonte: Arquivo pessoal.

Além de cometer erros em conceitos que fazem parte do processo de resolução do método como, por exemplo, a regra dos sinais para a operação de soma ou subtração de números inteiros, onde aparece esta operação no numerador do segundo passo de desenvolvimento do algoritmo, como ilustra a figura 4 acima.

Esse tipo de erro pode trazer uma informação importante para o professor e o aluno, visto que o aluno saberá que entendeu parte do processo de desenvolvimento do algoritmo do método e o professor com isso pode incentivar o aluno a corrigir esse erro, como adverte Cury;

> Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si – que são pontuados em uma prova de avaliação da aprendizagem, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem (CURY, 2007, p. 63).

Essa é uma questão de compreensão e reflexão da importância do erro no processo de ensino e aprendizado, onde o professor deixa de ver o erro apenas como um problema, como também passa o ver como o caminho para solução desta dificuldade, considerando-o como uma estratégia de ensino, como enfatiza Pinto (2000, p. 24) "o erro, quando submetido à reflexão, poderá desencadear um questionamento de todo o processo de ensino e transformar-se numa estratégia didática inovadora". Para Libâneo, o ensino "consiste, no planejamento, organização, direção e avaliação da atividade didática, concretizando as tarefas da instrução; o ensino inclui tanto o trabalho do professor (magistério) como a direção da atividade de estudo dos alunos" (LIBÂNEO, 2006, p. 53).

3. "SOMA ALGÉBRICA" COMO OPÇÃO DE MÉTODO

A ideia de incentivar a utilização da "soma algébrica" como alternativa de método para soma de frações com denominadores diferentes surgiu a partir das observações dentro da sala de aula, como também ao verificar os resultados do pré-teste, detectamos que esses alunos desconheciam ou não dominavam o método.

Durante a intervenção apresentamos o método de "soma algébrica" aos alunos, que de acordo com Carvalho e Gimenez (2009, p. 175) "é o processo onde: dados dois números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ com a, b, c e d inteiros, com $b \neq 0$ e $d \neq 0$, definimos sua soma como $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$", e realizamos uma comparação ao método que faz uso do M.M.C., no qual Chaves (2009, p. 37) define que "efetuar soma com frações, cujos denominadores são diferentes, é encontrar frações equivalentes às frações dadas com denominadores iguais, ou seja, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{\left(\frac{mmc(a,b)}{b}.a\right)+\left(\frac{mmc(a,b)}{d}.c\right)}{mmc(a,b)}$". Com isso, pediu-se que eles escolhessem o método que consideravam mais simples, então, a escolha foi unânime entre as três turmas pelo método da "soma algébrica".

O resultado nos proporcionou confiança com relação à escolha dos alunos pelo método solução das questões do pós-teste. Como pode ser observado na tabela 2, ocorreu uma melhora significativa, pois elevou o percentual de acertos que era inexistente. Isso só mostra que estamos no caminho certo, onde a hipótese levantada sobre a praticidade da "soma algébrica" para somar frações é viável. Assegurando que existe uma possibilidade de melhoria na qualidade do aprendizado matemático das futuras gerações de alunos.

Tabela 2 – Questões do pós-teste (Q1, Q2, Q3)

Questão	Q 1			Q 2			Q 3		
	acerto	erro	branco	acerto	erro	branco	acerto	erro	branco
1º ano	80%	20%	0%	60%	40%	27%	100%	0%	0%
2º ano	80%	0%	20%	90%	10%	0%	20%	70%	10%
3º ano	70%	30%	0%	50%	10%	40%	0%	30%	70%

Fonte: Arquivo pessoal.

Diante da simplicidade do algoritmo do método de “soma algébrica” foi possível que os resultados fossem positivos, onde os alunos conseguiram a partir de uma aula utilizar o método na maioria das questões que envolveram frações numéricas, porém, nas questões contextualizadas com frações algébricas os resultados não foram satisfatórios, o qual denuncia umas das dificuldades analisadas nesta pesquisa, que necessita de um tratamento especial. Nesse sentido, recorda-se que o método de “soma algébrica” é direcionado ao ensino médio, justamente para trabalhar com frações algébricas.

Em cima desse contexto, concluiu-se que a maioria dos alunos não sabe identificar uma fração algébrica, sendo essa uma das causas que levaram muitos alunos a deixar questões em branco. Nesses termos, é determinante que a falta de identificação da estrutura de uma fração algébrica impossibilita que o aluno saiba como aplicar a “soma algébrica”. Desse modo, os resultados em geral com a utilização deste método prova que é possível amenizar tais dificuldades de forma gradual a partir de um trabalho paralelo no tratamento das dificuldades dos alunos em somar frações, sendo elas numéricas ou algébricas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Perante os resultados discutidos nas seções acima, onde cada objetivo específico foi trabalhado a partir das técnicas de observação, questionários e entrevista. Realizou-se a intersecção destas informações, de modo que o primeiro objetivo mostrou que o percentual de alunos com dificuldade é alto. Sendo que, no segundo momento analisou-se a partir do conceito do erro os detalhes mais relevantes entre os erros cometidos no algoritmo, mostrando que existe uma interligação entre fatores que determinam o erro do aluno. Como também, foi verificado que a utilização da “soma algébrica”, alcançou um notável percentual de acerto nas questões propostas no pós-teste. Esses objetivos mostraram que o aprendizado matemático enfrenta um grande desafio ao trabalhar a operação de soma de frações dentro dos conteúdos matemáticos.

Reconhecemos que este é um problema que levará tempo para ser superado em sua totalidade, necessitando de um olhar minucioso sobre a importância da operação de soma de frações, com denominadores diferentes dentro do processo de assimilação dos conteúdos de Matemática do ensino médio.

Admite-se que agora, seja necessária a formulação de estratégias que mitiguem essas dificuldades e que os professores possam trabalhar mais as questões que envolvam soma de frações em suas aulas, afim de que o aluno tenha mais afinidade com a aplicação da operação nos conteúdos de Matemática.

REFERÊNCIAS

AURÉLIO, B. H. F.. *Mini Dicionário Aurélio Século XXI Escolar*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira S.A., 2001. 790 p.

BRASÍLIA. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC/SEB, 2006. 135 p.

CARVALHO, N. T. B.; GIMENEZ, C. S. C.. *Fundamentos de Matemática I*. Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM, 2009. 207 p.

CHAVES, L. B.. *Matemática elementar I*. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2009. 196 p.

CURY, H. N.. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

D'AMBROSIO, U.. *Educação Matemática da Teoria à Prática*. São Paulo: Papirus, 2009. 120 p.

DOMINGUES, H. H.; IEZZI, G.. *Álgebra Moderna*. São Paulo: Atual, 2003. 368 p.

HAYDT, R. C. C.. *Curso de Didática Geral*. São Paulo: Ática, 2006.

HERNSTEIN, I. N.. *Tópicos de Álgebra.* Tradução Adalberto P. Bergamasco e L. H. Jacy Monteiro. São Paulo: Editora da Universidade e Polígono S.A., 1970. 408 p.

LIBÂNEO, J. C.. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1994.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M.. *Fundamentos de Metodologia Científica*. São Paulo: Atlas S.A., 2003. 311 p.

MELO, I. A. S. da C.; ANDRADE, P. H. F.. *Análise de erros em questões e adição e subtração com frações.* Revista WEB-MAT. Belém, v. 1, n. 1, p. 51-60, Jan.-Jul. 2014; 2013.

MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; JORGE, M.. *Álgebra I*. Rio de Janeiro: F. Alves S.A., 1974. 222 p.

PINTO, N. B.. *O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino de matemática elementar*. São Paulo: Papirus, 2000.

VASCONCELLOS, C. dos S. *Avaliação: Concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar*. São Paulo: Libertad, v. 3, 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido.

APÊNDICE B – Questionário 1 – 1º ano do Ensino Médio.

APÊNDICE C – Questionário 1 – 2º ano do Ensino Médio.

APÊNDICE D – Questionário 1 – 3º ano do Ensino Médio

APÊNDICE E – Questionário 2 – 1º ano do Ensino Médio.

APÊNDICE F – Questionário 2 – 2º ano do Ensino Médio.

APÊNDICE G – Questionário 2 – 3º ano do Ensino Médio.

APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu____ concordo em participar voluntariamente da pesquisa intitulada **"A soma de números fracionários com denominadores diferentes e sua importância na compreensão dos conteúdos de Matemática do 1º ao 3º ano do Ensino Médio na Escola Estadual Brandão de Amorim"**, que tem como pesquisador responsável Leandro Teixeira de Lima, aluno do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas (UEA), no Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP), orientado pelo Prof.: Msc. Clodoaldo Pires Araújo, que podem ser contatados pelo e-mail limaleandroxxx13@gmail.com ou pelo telefone (92) 993188273.

Tenho conhecimento que a pesquisa tem por objetivo: Avaliar as dificuldades no desenvolvimento do aprendizado matemático através do uso das operações de soma de números fracionários com denominadores diferentes do 1º ao 3º ano do Ensino Médio e que minha participação consistirá em responder questionário.

Compreendo que esse estudo possui finalidade de pesquisa acadêmica, e que os dados obtidos serão divulgados seguindo as diretrizes éticas da pesquisa, assegurando, assim, minha privacidade. Sei que posso retirar meu consentimento quando eu quiser, que minha participação não gera vínculo institucional com a Universidade do Estado do Amazonas e que não receberei nenhum pagamento por essa participação.

____

Assinatura do(a) colaborador(a) ou responsável:

Parintins ____de ______________________de _________

APÊNDICE B – Questionário 1 – 1º ano do Ensino Médio

Aluno(a):____
Turma/Turno:____________________/____________________

Questionário 1– 1º ano do Ensino Médio

1. Você tem dificuldade em somar ou subtrair frações?
Sim ☐ Não ☐

2. Você sabe quais são os cinco primeiros números primos em ordem crescente?
Sim ☐ Não ☐
Se *sim*, escreva eles: ___ ___ ___ ___ ___.

3. Você sabe como fatorar um número inteiro?
Sim ☐ Não ☐
Caso diga *sim*, fatore o número 72:

4. Você sabe como encontrar o M.M.C. (Mínimo Múltiplo Comum) de dois ou mais números inteiros?
Sim ☐ Não ☐
Caso diga *sim*, determine o M.M.C. dos números 72 e 48:

5. Você sabe como encontrar o M.D.C. (Máximo Divisor Comum) de dois números inteiros?
Sim ☐ Não ☐
Caso diga *sim*, determine o M.D.C. dos números 72 e 56:

6. Verifique se a sequência dada $\left(\frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right)$ é uma Progressão Aritmética determinando o valor da razão q nos seguintes casos:

$$q = 1 - \frac{3}{4} =$$

$$q = \frac{5}{4} - 1 =$$

$$q = \frac{3}{2} - \frac{5}{4} =$$

7. Determine o valor de x na seguinte equação do 1º grau:

$$\frac{3x - 2}{5} - x = \frac{1}{2}$$

8. Determine o valor de $f(x)$ aplicando o ponto $x = 2$ na função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{12}$:

$$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}$$
$$f(2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$$f(2) =$$

APÊNDICE C – Questionário 1 – 2º ano do Ensino Médio

Aluno(a):____
Turma/Turno:___________________________/_____________________________

Questionário 1 – 2º ano do Ensino Médio

1. Você tem dificuldade em somar ou subtrair frações?
Sim ☐ Não ☐

2. Você sabe quais são os cinco primeiros números primos em ordem crescente?
Sim ☐ Não ☐
Se *sim*, escreva eles: ___ ___ ___ ___ ___.

3. Você sabe como fatorar um número inteiro?
Sim ☐ Não ☐
Caso diga *sim*, fatore o número 72:

4. Você sabe como encontrar o M.M.C. (Mínimo Múltiplo Comum) de dois ou mais números inteiros?
Sim ☐ Não ☐
Caso diga *sim*, determine o M.M.C. dos números 72 e 48:

5. Você sabe como encontrar o M.D.C. (Máximo Divisor Comum) de dois números inteiros?
Sim ☐ Não ☐
Caso diga *sim*, determine o M.D.C. dos números 72 e 56:

6. Vamos determinar uma matriz C tal que $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, ou seja, $A + B = C$, onde:
$A = \begin{bmatrix} \frac{2}{9} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{7} \end{bmatrix}$;

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{9} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2}{9} + 1\right) & \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) \\ \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) & \left(1 - \frac{1}{7}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\square}{\square} & \frac{\square}{\square} \\ \frac{\square}{\square} & \frac{\square}{\square} \end{bmatrix}$$

7. Calcule o valor do determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} \frac{11}{4} & \frac{3}{8} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} \frac{11}{4} & \frac{3}{8} \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{11}{4} - \frac{6}{8} =$$

8. Aplicado a regra de Sarrus, calcule o seguinte determinante:

$$\left|\begin{matrix} 1 & 2 & \frac{5}{2} \\ 2 & 1 & 1 \\ \frac{3}{5} & 3 & \frac{1}{3} \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ \frac{3}{5} & 3 \end{matrix} = \frac{1}{3} + \frac{6}{5} + \frac{30}{2} - \left(\frac{15}{10} + 3 + \frac{4}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{6}{5} + \frac{30}{2} - \frac{15}{10} - 3 - \frac{4}{3}$$

$$=$$

$$=$$

APÊNDICE D – Questionário 1 – 3º ano do Ensino Médio

Aluno(a):____
Turma/Turno:____________________________/______________________________

Questionário 1– 3º ano do Ensino Médio

1. Você tem dificuldade em somar ou subtrair frações?
Sim ☐ Não ☐

2. Você sabe quais são os cinco primeiros números primos em ordem crescente?
Sim ☐ Não ☐
Se *sim*, escreva eles: ___ ___ ___ ___ ___.

3. Você sabe como fatorar um número inteiro?
Sim ☐ Não ☐
Caso diga *sim*, fatore o número 72:

4. Você sabe como encontrar o M.M.C. (Mínimo Múltiplo Comum) de dois ou mais números inteiros?
Sim ☐ Não ☐
Caso diga *sim*, determine o M.M.C. dos números 72 e 48:

5. Você sabe como encontrar o M.D.C. (Máximo Divisor Comum) de dois números inteiros?
Sim ☐ Não ☐
Caso diga *sim*, determine o M.D.C. dos números 72 e 56:

6. Calcule a distância entre os pontos $A\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ e $B\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$, fazendo:

$$d_{AB} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$d_{AB} =$$

7. Calcule as coordenadas do ponto médio do segmento com extremidades nos pontos $G\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$ e $H\left(\frac{1}{4},-\frac{1}{6}\right)$, fazendo:

$$x_M = \frac{-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{2} =$$

$$y_M = \frac{\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)}{2} =$$

8. Calcule o valor de t, sabendo que os pontos $A\left(\frac{1}{4},t\right)$, $B\left(\frac{2}{3},0\right)$ e $C(-1,4)$ são colineares.

$$\left|\begin{matrix} \frac{1}{4} & t & 1 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{matrix}\right| \begin{matrix} \frac{1}{4} & t \\ \frac{2}{3} & 0 \\ -1 & 4 \end{matrix} = 0$$

$$-t + \frac{8}{3} - 1 - \frac{2}{3}t = 0$$

APÊNDICE E – Questionário 2 – 1º ano do Ensino Médio

Aluno(a):____
Turma/Turno:______________________________/________________________________

Questionário 2 – 1º ano do Ensino Médio

1. Verifique se a sequência dada $\left(\frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right)$ é uma Progressão Aritmética determinando o valor da razão q nos seguintes casos:

$$q = 1 - \frac{3}{4} =$$

$$q = \frac{5}{4} - 1 =$$

$$q = \frac{3}{2} - \frac{5}{4} =$$

2. Determine o valor de x na seguinte equação do 1º grau:

$$\frac{3x - 2}{5} - x = \frac{1}{2}$$

3. Determine o valor de $f(x)$ aplicando o ponto $x = 2$ na função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{12}$:

$$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}$$
$$f(2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$$f(2) =$$

APÊNDICE F – Questionário 2 – 2º ano do Ensino Médio

Aluno(a):____
Turma/Turno:_______________________________/_____________________________

Questionário 2 – 2º ano do Ensino Médio

1. Vamos determinar uma matriz C tal que $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, ou seja, $A + B = C$, onde:
$A = \begin{bmatrix} \frac{2}{9} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{7} \end{bmatrix}$;

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{9} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2}{9} + 1\right) & \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) \\ \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) & \left(1 - \frac{1}{7}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\square}{\square} & \frac{\square}{\square} \\ \frac{\square}{\square} & \frac{\square}{\square} \end{bmatrix}$$

2. Calcule o valor do determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} \frac{11}{4} & \frac{3}{8} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} \frac{11}{4} & \frac{3}{8} \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{11}{4} - \frac{6}{8} =$$

3. Aplicado a regra de Sarrus, calcule o seguinte determinante:

$$\left|\begin{array}{ccc} 1 & 2 & \frac{5}{2} \\ 2 & 1 & 1 \\ \frac{3}{5} & 3 & \frac{1}{3} \end{array}\right| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ \frac{3}{5} & 3 \end{array} = \frac{1}{3} + \frac{6}{5} + \frac{30}{2} - \left(\frac{15}{10} + 3 + \frac{4}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{6}{5} + \frac{30}{2} - \frac{15}{10} - 3 - \frac{4}{3}$$

$$=$$

$$=$$

APÊNDICE G – Questionário 2 – 3º ano do Ensino Médio

Aluno(a):____
Turma/Turno:______________________________/______________________________

Questionário 2 – 3º ano do Ensino Médio

6. Calcule a distância entre os pontos $A\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ e $B\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$, fazendo:

$$d_{AB} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$d_{AB} =$$

7. Calcule as coordenadas do ponto médio do segmento com extremidades nos pontos $G\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$ e $H\left(\frac{1}{4},-\frac{1}{6}\right)$, fazendo:

$$x_M = \frac{-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{2} =$$

$$y_M = \frac{\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)}{2} =$$

8. Calcule o valor de t, sabendo que os pontos $A\left(\frac{1}{4},t\right)$, $B\left(\frac{2}{3},0\right)$ e $C(-1,4)$ são colineares.

$$\left|\begin{matrix} \frac{1}{4} & t & 1 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{matrix}\right| \begin{matrix} \frac{1}{4} & t \\ \frac{2}{3} & 0 \\ -1 & 4 \end{matrix} \;\vdots = 0$$

$$-t+\frac{8}{3}-1-\frac{2}{3}t = 0$$