UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
ESCOLA NORMAL SUPERIOR
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LEANDRO DE LIMA GOMES

MATEMÁTICA FINANCEIRA APLICADA ÀS CIÊNCIAS HUMANAS: ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE E ECONOMIA

MANAUS, março
2023

LEANDRO DE LIMA GOMES

MATEMÁTICA FINANCEIRA APLICADA ÀS CIÊNCIAS HUMANAS: ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE E ECONOMIA

Trabalho de Conclusão do Curso elaborado junto às disciplinas TCC I e TCC II do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Alcides de Castro Amorim Neto

MANAUS, março

2023

TERMO DE APROVAÇÃO DO PROJETO

TERMO DE APROVAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

Ata de Defesa do Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática da Escola Normal Superior - UEA de Leandro de Lima Gomes.

Aos 15 dias do mês de março de 2023, às 16 horas, no Laboratório de Matemática da Escola Normal Superior na presença da Banca Examinadora composta pelos professores: Dr. Alcides de Castro Amorim Neto, Me. Alexandra Salerno Pinheiro e Me. Andréa Freitas Fragata, o aluno **Leandro de Lima Gomes** apresentou o Trabalho de Conclusão do Curso intitulado: "**Matemática financeira aplicada às ciências humanas: administração, contabilidade e economia**" como requisito curricular do Curso de Licenciatura em Matemática. A Banca Examinadora deliberou e decidiu pela APROVAÇÃO do referido trabalho, com o conceito 9,8 divulgando o resultado ao aluno e demais presentes.

Manaus, 15 de março de 2023

Presidente da Banca Examinadora

Orientador

Avaliador 1

Avaliador 2

Leandro de Lima Gomes.

Aluno

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me proporcionado todas as oportunidades até hoje.

Aos meus pais e avós, porque se não fossem por eles, hoje não estaria aqui.

A minha namorada Kellyane, por seu apoio, exemplo e por estar sempre ao meu lado.

Ao Prof. Alcides, pela sua liderança, profissionalismo e orientação nas horas de desespero, para a conclusão deste estudo e por ter me mostrado por meio de seu exemplo que a educação tem o poder de transformar e melhorar vidas ainda quando estava no 6º ano do ensino fundamental.

A todos os professores de ensino fundamental, médio e superior que até aqui compartilharam comigo o seu conhecimento empírico e científico que me fizeram escolher a carreira docente.

As escolas estaduais Cacilda Braule Pinto e Sant'Ana por me acolherem e permitirem que minhas habilidades docentes fossem testadas e aprimoradas.

RESUMO

Este estudo tem como objetivo buscar e trabalhar as aplicações da matemática nas ciências humanas, voltando o olhar para a tríade: Administração, Contabilidade e Economia. Para isso, realizou-se uma revisão dos conceitos de Funções, Limites, Derivadas, além de Máximos e Mínimos para que fossem posteriormente aplicados em conceitos que desses demandam, como Funções: Custo, Receita, Lucro e Produtividade, conhecimentos imprescindíveis para as áreas de aplicação estudadas, em que é possível perceber a importância da Matemática, bem como suas características e definições, além de mostrar como sua aderência aos conceitos financeiros pode servir para potencializar resultados. Através de uma estratégia de investigação explicativa dentro de um estudo quantitativo, foram identificados, estudados e aplicados os conceitos da matemática financeira, além de ser possível também, observar e trabalhar com as aplicações e contribuições da matemática para essas áreas, inclusive no cotidiano das pessoas, o que junto da revisão conceitual realizada permitiu responder o problema de pesquisa e alcançar o principal objetivo, que permitiu concluir que os profissionais demandam da matemática para suas respectivas áreas e que uma vez bem utilizados e potencializados torna o trabalho desses profissionais mais fácil e eficaz, além de melhorar os resultados financeiros para os não profissionais, que simplesmente demandam desses conhecimentos no cotidiano, como os clientes destes, ao realizar simples operações, o que justamente era objetivado alcançar no início deste trabalho.

Palavras-Chave: funções. juros. lucro.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Com o passar dos anos o mundo vem sofrendo várias mudanças sociais, econômicas, culturais, tecnológicas, entre outras coisas. Visando fazer frente a todas essas mudanças, sabe-se que os profissionais precisam estar cada vez mais capacitados para potencializar resultados, em todas as áreas de atuação. Não é diferente nas ciências humanas, mais especificamente quando falamos de administradores, contadores e economistas, que precisam estar sempre a frente do seu tempo em todos os quesitos, não abrindo mão jamais dos conhecimentos matemáticos, que por sua vez, são tão aplicáveis em todos os campos dentro de suas profissões.

A Matemática Financeira e suas aplicações nas ciências humanas: Administração, Contabilidade e Economia como tema foi escolhido por ser a mais propícia forma de explicitar essas aplicações e a importância da matemática, fazendo com que desde a escola os estudantes, futuros profissionais comecem a fazer links entre as áreas para ter seus resultados melhorados quando exercendo suas atividades, tendo conhecimento matemático necessário para tal.

A matemática financeira tem sido muito comentada nos últimos anos, pela sua implantação no novo ensino médio, mas já é muito benéfica para quem a usa, a bem mais tempo, dentro de suas atividades profissionais e pessoais.

O grande problema ainda enfrentado é a falta de domínio dos conceitos da matemática financeira e de suas aplicações, principalmente nas ciências humanas, restringindo-se na maioria das vezes às aplicações nos conceitos de juros simples e compostos.

Quando se pensa nos problemas que o brasileiro enfrenta, é fácil lembrar dos problemas econômicos, causados por diversos fatores, entre eles, a falta de educação financeira, que leva o brasileiro a administrar mal suas finanças pessoais e seus negócios, os faz ter problemas com a receita federal e a não aproveitar as boas oportunidades econômicas.

Isso tudo faz com que matemáticos, reflitam em quais ferramentas do cálculo matemático são necessárias para compreensão dos conceitos de administração, contabilidade e economia, em quais os problemas destas áreas podem ser resolvidos através dos conceitos de matemática financeira e em como resolvê-los, ajudando as pessoas que tenham a oportunidade de aprendê-los.

O principal objetivo mostrar as aplicações dos conhecimentos teóricos e práticos de cálculo matemático em questões relevantes da Administração, Contabilidade e Economia, além de estudar os conceitos de cálculo usados na matemática financeira mais importantes para a compreensão dos conceitos econômicos, contábeis e de administração, resolver problemas que demandam conhecimento de matemática financeira, tais como como as funções custo, receita e lucro, funções marginal e produtividade, além de identificar as contribuições da matemática financeira no cotidiano das pessoas.

No primeiro capítulo foi feita uma revisão de conceitos importantes e necessários para realizar as aplicações do trabalho, como os conceitos de funções, limites, derivadas, além de máximos e mínimos.

No segundo capítulo, foi abordada a metodologia utilizada durante a pesquisa para se chegar aos resultados.

O capítulo 3, traz as aplicações citadas, onde, através das funções marginais, como custo, receita, lucro e produtividade, foi possível mostrar e explicitar a importância da matemática nestas áreas, através do estudo dos conceitos e exemplos mostrados no decorrer do capítulo, o que nos permite analisar as aplicações e apresentar os resultados.

1. Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão abordados conceitos e definições sobre as funções, limites, derivadas e o diferencial, além de máximos e mínimos, para que se consiga entender as aplicações nos conceitos de funções marginais, produtividade, custo, receita e lucro, aplicações muito usadas na administração, na economia e na contabilidade.

1.1. Funções

Para todos os conteúdos apresentados no decorrer deste trabalho será utilizado o conceito e as definições de função e diante disso, é perceptível o quão importante é o estudo das funções neste trabalho.

Entendemos por uma função f uma terna:

$$(A, B, a \rightarrow b)$$

em que A e B são dois conjuntos e $a \rightarrow b$, uma regra que nos permite associar a cada elemento a de A um único b de B. O conjunto A é o domínio de f e é indicado por Df, assim A = Df . O conjunto B é o contradomínio de f. O único b de B associado ao elemento a de A é indicado por $f(a)$ (leia: f de a); diremos que $f\ (a)$ é o valor que f assume em a ou que $f(a)$ é o valor que f associa a a. Uma função f de domínio A e contradomínio B é usualmente indicada por $f : A \mapsto B$ (leia: f de A em B).

Na próxima seção será trabalhado mais a fundo dois tipos de funções muito utilizadas.

1.1.1. Função do Primeiro Grau

É chamada de função polinomial do 1º grau, qualquer função f de R em R dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais dados e a ≠ 0.

Na função $f(x) = ax + b$, o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante. O gráfico da função polinomial do 1º grau é uma reta oblíqua aos eixos Ox e Oy.

Denominamos zero ou raiz da função $f(x) = ax + b$, o número x tal que $f(x) = 0$, lembrando que $a \neq 0$.

1.1.1.1. Exemplos do Cotidiano

Exemplo 1) O salário fixo mensal de um vigilante de banco é de R$: 1120,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma casa de show, onde recebe R$: 50,00 por noite de trabalho.

a) Se em um mês o segurança fizer 5 plantões, quanto receberá de salário?

Resolução: Se o vigilante ganha R$: 1.120, 00 fixo por mês, esse será o valor armazenado na nossa variável independente. E os R$: 50,00 ganhos por noite de trabalho armazenam-se na variável que depende do número de dias trabalhados.

$$f(x) = a.x + b$$
$$f(5) = 50.(5) + 1120$$
$$f(5) = 1370$$

Nesse mês o vigilante terá R$: 1.370,00 como salário.

b) Qual é o salário final y quando ele realiza x plantões?

Resolução: Usando a mesma ideia de resolução da questão anterior, temos:

$$f(x) = 50.x + 1120$$

Exemplo 2) (UF-CE) Um vendedor recebe, a título de rendimento mensal, um valor fixo de R$: 160,00, e mais um adicional de 2% das vendas por ele efetuadas no mês. Sabendo disso, responda:

a) Qual o rendimento desse vendedor em um mês no qual o total das vendas feitas por ele foi de R$: 8.350,00?

Resolução: Usando a ideia das resoluções anteriores, vamos aplicar valores às variáveis dependentes e independentes.

$$f(x) = a.x + b$$
$$f(8350) = 0,02.(8350) + 160$$
$$f(8350) = 167 + 160 = 327$$

O rendimento desse vendedor neste mês foi de R$: 327,00.

b) Qual a função que expressa o valor do seu rendimento mensal em função de sua venda mensal?

Resolução: Devemos analisar igualmente a questão anterior e generalizar a fórmula de resolução.

$$f(x) = 0,02.x + 160$$

1.1.2. Função do Segundo Grau

Denominamos função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função f de R em R dada por uma lei $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que *a, b* e *c* são números reais e $a \neq 0$.

O gráfico de uma função polinomial do 2º grau é uma curva chamada parábola. Se $a > 0$, a parábola tem a concavidade voltada para cima e se $a < 0$, a parábola tem a concavidade voltada para baixo.

Chamam - se zeros ou raízes da função polinomial do 2º grau, os números reais x tais que $f(x) = 0$. A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = b^2 - 4ac$ chamado discriminante.

- Quando $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\ x1 \neq x2 \in R$
- Quando $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\ x1 = x2 \in R$
- Quando $\Delta < 0 \Rightarrow \nexists\ x \in R$.

1.1.1.2. Exemplos do Cotidiano

Exemplo 1) (FGV-SP) Num parque de diversões A, quando o preço de ingresso é R$: 10,00 verifica-se que 200 frequentadores comparecem por dia; quando o preço é R$: 15,00, comparecem 180 frequentadores por dia.

a) Admitindo que o preço (p) relaciona-se com o número de frequentadores por dia (x) através de uma função do 1º grau, obtenha essa função.

Resolução:

$10 = 200a + b$ (1)

$15 = 180a + b\,(-1)$ (2)

$$-5 = 20a$$
$$a = -¼$$

Substituindo *a* na equação 1, teremos:

$$10 = 200(-\ ¼) + b$$
$$b = 50 + 10$$
$$b = 60$$
$$p(x) = -\ ¼\, x + 60$$

b) Num outro parque B, a relação entre p e x é dada por $p = 800 - 0,4x$. Qual o preço que deverá ser cobrado para maximizar a receita diária?

Resolução:

$p = 80 - 0,4x$ (multiplicamos por 10 ambos os lados da equação para trabalhar com inteiros)

$$10p = 800 - 4x$$
$$\frac{-10}{-4} + \frac{800}{4} = x$$
$$200 - 2,5p = x$$
$$p = 80 - 0,4x \Rightarrow p = 80 - 0,4.100 = 80 - 40$$
$$p = 40$$

Para maximizar a receita diária, o preço do ingresso deveria ser reajustado para R$: 40,00.

1.2 Limite de Função

Além das funções, outro conteúdo importante para as aplicações futuramente trabalhadas na administração, economia e contabilidade neste trabalho, são os limites, que carregam importantes definições e regras, as quais aqui estudaremos as principais.

Seja f uma função e a um ponto contido no domínio de f. Dizemos que f tem limite L, no ponto a, se dado qualquer $\varepsilon > 0$, exista um $\delta > 0$ tal que, para qualquer x pertencente ao domínio de f, a condição abaixo seja satisfeita:

$$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

O limite L, quando existe, é único e representamos por:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \quad (I)$$

Sejam f uma função, p um número real e suponhamos que existam a e b tais que]a,p[e]p,b[estejam contidos em D_f, Então,

$\lim_{x \to p} f(x) = L$ ⇔ f admite limites laterais à direita e à esquerda em p e

$$\lim_{x \to p-} f(x) = \lim_{x \to p+} f(x) = L \ (II)$$

Cabem algumas observações quanto aos limites:

1. Se $\lim_{x \to p-} f(x)$ e $\lim_{x \to p+} f(x)$ existirem e forem diferentes, então $\lim_{x \to p} f(x)$ não existirá.
2. Se existirem a e b tais que]a,p[e]p,b[estejam contidos em D_f e se, em p, um dos limites laterais não existir, então $\lim_{x \to p} f(x)$ não existirá.
3. Sejam f e g duas funções tais que Im*f* ⊂ D_g. *Se* $\lim_{x \to p} f(x) = a$ contínua em a, então:

$$\lim_{x \to p} g(f(x)) = \lim_{u \to a} g(u).$$

Já conhecido o conceito de limite, será trabalhado o conceito de derivada de uma função, outro importante conceito a ser utilizado nas aplicações.

Prove que $\lim_{x \to 1} 2x + 1 = 3$

Resolução pela definição formal:

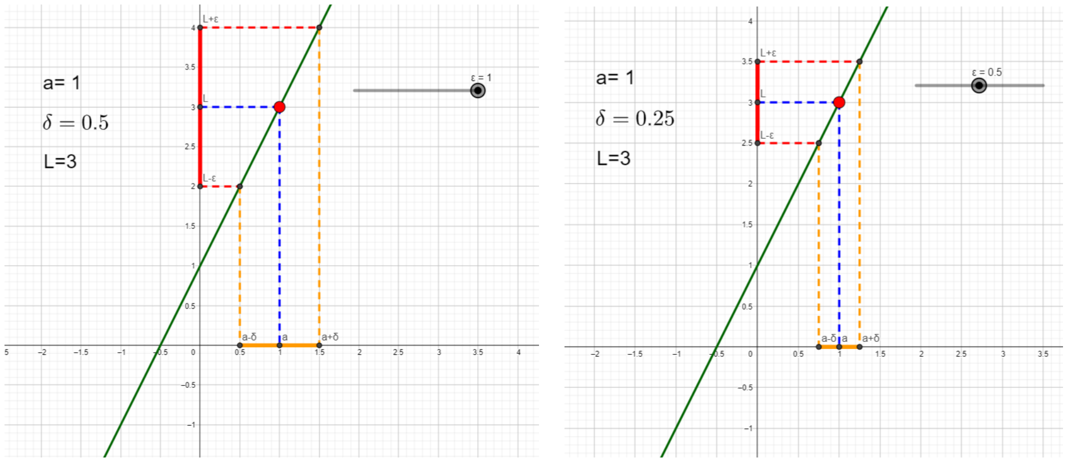
Dado $\varepsilon > 0,\ \exists\ \delta > 0;\ 0 < |x - 1| < \delta \Rightarrow 2|x - 1| < \varepsilon \Rightarrow |x - 1| < \frac{\varepsilon}{2}$

Tomando $\frac{\varepsilon}{2}$, $\forall\ \varepsilon > 0, \exists\ \delta > 0; 0 < |(2x + 1) - 3| < \delta \Rightarrow 2|x - 1| < 2\delta = 2\frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$

$$|(3x - 2) - 3| < \varepsilon$$

E com isso, percebemos que o limite é o 3.

Figuras 1 e 2: Gráfico representando os limites da função 2x+1.



Fonte: Geogebra

Resolução pelas regras:

Exemplo: $\lim_{x \to 1} 2x + 1 \Rightarrow \lim_{x \to 1} 2x + \lim_{x \to 1} 1 = 2 \lim_{x \to 1} x + 1 = 2.1 + 1 = 3$

1.3. Derivada de Função

Seja f uma função e p um ponto de seu domínio. O limite

$$\lim_{x \to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$

quando existe e é finito, denomina-se derivada de f em p e indica-se por f' (p), logo:

$$f'(p) = \lim_{x \to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$

Se f admite derivada em p, então diremos que f é derivável ou diferenciável em p.

Dizemos que f é derivável ou diferenciável em A $\subset D_f$ se f for derivável em cada $p \in A$. Diremos, simplesmente, que f é uma função derivável ou diferenciável se f for derivável em cada ponto de seu domínio.

Alguns resultados e regras importantes das derivadas são mostrados a partir de teoremas:

a) $f(x) = k, k \in R \Rightarrow f'(x) = 0.$

b) $f'(k + l) = f'(k) + f'(l)$

c) $f'(k - l) = f'(k) - f'(l)$

d) $f'(k.f(x)) = k.f'(x)$

e) $f'(u.v) = u'.v + u,v'$

f) Se $v(x)$ é uma função diferenciável, então a função $g(x) = \frac{1}{v(x)}$ é derivável nos pontos em que $v(x) \neq 0$ e a sua derivada é dada por:

$$g'(x) = -\frac{v'(x)}{(v(x))^2}.$$

g) A derivada do quociente de duas funções diferenciáveis é dada pela fórmula:

$$\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$$

h) Se uma função é diferenciável num ponto a, então ela é contínua nesse ponto.

1.3.1. Casos Especiais de Derivadas

Função composta é a aplicação de uma função em outra função, conhecida também como função de função. Dada a função f: $A \rightarrow B$ e g: $B \rightarrow C$, a função composta de f com g será representada por h: $A \rightarrow C = g \odot f$.

a) Se f e g são funções diferenciáveis, então a derivada da função composta $f(g(x))$ é dada pela fórmula:

$$[f(g(x))]' = f'(g)). g'(x).$$

b) Se uma função derivável f tem inversa g, então g é também derivável e vale a seguinte igualdade:

$$g'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}.$$

Exemplo: Encontre a derivada da função $f(x) = x^2$ no ponto 2.

$$f1(x) = \lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2} (x + 2) = 4$$

Exemplo: Encontre a derivada da função $f(x) = x^2$ no ponto 2.

$f'(x) \Rightarrow 2x = 2.2 = 4$.

1.3.2. Regras de Derivação

a) $[x^n]' = n.x^{n-1}$

b) $[ln(x)]' = \frac{1}{x}$

c) $[e^x]' = e^x$

d) $[sen(x)]' = cos(x)$

e) $[cos(x)]' =- sen(x)$

1.4. Diferencial

Diferencial de uma função é o acréscimo sofrido pela ordenada da reta tangente correspondente a um acréscimo Δx sofrido por x.

Sejam $y = f(x)$ uma função derivável e Δx um acréscimo de x.

a) a diferencial da variável independente x, denotada por dx, como $\Delta x = dx$.

b) a diferencial da variável dependente y, denotada por dy, como $dy = f'(x). \Delta x$

É possível escrever $dy = f'(x). dx$ ou $\frac{dy}{dx} = f'(x)$.

A notação $\frac{dy}{dx}$, já usada para $f'(x)$, pode agora ser considerada um quociente entre duas diferenciais.

1.5. Máximos e Mínimos

Uma das aplicações das derivadas é na observação e cálculo de pontos de máximos e de mínimos. Aqui veremos as principais definições e regras, através de teoremas, para desenvolver nosso conhecimento para utilizar na hora das aplicações.

Sejam f uma função, $A \subset D_f$ e $p \in A$. Dizemos que $f(p)$ é o valor máximo de f em A ou que p um ponto de máximo de f em A se $f(x) \leq f(p)$ para todo x em A. Se $f(x) \geq f(p)$ para todo x em A, dizemos então que $f(p)$ é o valor mínimo de f em A ou que p é um ponto mínimo de f em A ou que p é um ponto de mínimo de f em A.

Sejam f uma função e $p \in D_f$. Dizemos que $f(p)$ é o valor máximo global de f ou que p é um ponto de máximo global de f se, para todo x em D_f, $f(x) \leq f(p)$. Se, para todo x em D_f, $f(x) \geq f(p)$, diremos então que $f(p)$ é o valor mínimo global de f ou que p é um ponto de mínimo global de f.

Sejam f uma função e $p \in D_f$. Dizemos que p é ponto de máximo local de f se existir $r > 0$ tal que

$$f(x) \leq f(p)$$

para todo x em $]p - r, p + r[\cap D_f$. Por outro lado, dizemos que p é ponto de mínimo local de f se existir $r > 0$ tal que

$$f(x) \geq f(p)$$

para todo x em $]p - r, p + r[\cap D_f$.

Seja f uma função derivável em p, em que p é um ponto interior a D_f. Uma condição necessária para que p seja ponto de máximo ou de mínimo local é que $f'(p) = 0$.

Sejam f uma função que admite derivada de 2º ordem contínua no intervalo aberto I e $p \in I$.

a) $f'(p) = 0$ e $f''(p) > 0 \Rightarrow$ p é ponto de mínimo local.

b) $f'(p) = 0$ e $f''(p) < 0 \Rightarrow$ p é ponto de máximo local.

Exemplo: Calcule os pontos de máximo e de mínimo da função $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$

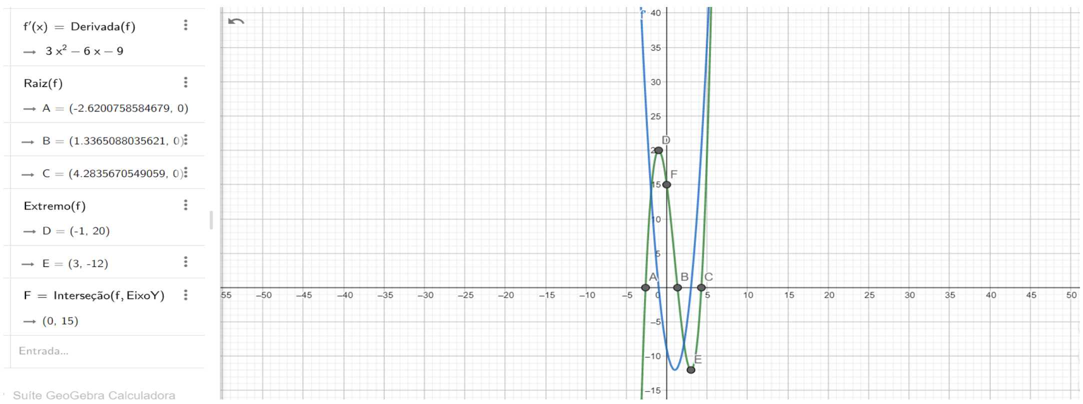
$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = -1 \text{ e } x_3 = 3$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$f''(x) = 6(-1) - 6 = -12 < 0$, **logo - 1 é ponto de máximo local.**

$f''(x) = 6(3) - 6 = 12 > 0$, **logo 3 é o ponto de mínimo local.**

Figura 3: Máximos e Mínimos Locais



Fonte: Geogebra

2. METODOLOGIA DA PESQUISA

Este trabalho teve como finalidade realizar um estudo com o objetivo de identificar as aplicações da matemática financeira nas ciências humanas, mais especificamente em administração, na contabilidade e na economia, e para isso se utilizou o método quantitativo, método que objetiva mostrar dados, indicadores e tendências observáveis e produz modelos teóricos abstratos com elevada aplicabilidade prática.

2.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA

A abordagem utilizada foi a quantitativa, que é definida por Guerra (2014) como uma pesquisa que busca explicar o porquê, preocupando-se com as causas, estudando fatos naturais descritos e onde o pesquisador mantém neutralidade. O comportamento deste tipo de pesquisa mantém um padrão de testar hipóteses, descrever e estabelecer correlações matemáticas.

Quanto aos objetivos e à estratégia da investigação utilizada, foi escolhida a explicativa, que conforme destacado por Severino (1941, p. 123): “é aquela que, além de registrar e analisar os fenômenos estudados, busca identificar suas causas, seja através da aplicação do método experimental, seja através da interpretação possibilitada pelos métodos qualitativos. ”

A análise dos dados mostra ao final dessa pesquisa que este trabalho trará muitas contribuições não apenas para a matemática, mas principalmente para os estudantes das ciências humanas, que perceberão a importância da matemática para suas respectivas áreas, como a administração, a economia e contabilidade, uma vez que bem utilizados e potencializados torna o trabalho desses profissionais mais fácil e eficaz e este manual trará as aplicações nessas áreas e suas respectivas contribuições.

Quanto ao procedimento técnico, buscou-se a resposta do nosso problema de pesquisa e o alcance dos nossos objetivos através de uma pesquisa bibliográfica, usando teóricos como: Guidorizzi (2013), Haraki (1999), Iezzi (2004), Hazzan (2007) e Puccini (2000), autores que têm importante contribuição para os temas abordados neste trabalho. Iezzi aborda conceitos de matemática elementar necessários para compreender os conceitos posteriores, Guidorizzi traz conceitos elementares de cálculo diferencial, que auxilia bastante no entendimento dos conceitos abordados por Puccini, Hazzan e Hariki que nos dão importante contribuição quanto às aplicações da matemática, em especial a matemática financeira, foco deste trabalho.

2.2 ETAPAS DA PESQUISA

1ª etapa: Pesquisa bibliográfica a partir das obras de Iezzi (2004) e Guidorizzi (2013), Puccini (2000), Hazzan (2007) e Hariki (1999), que trouxe contribuições acerca do conteúdo necessário para entender as aplicações da pesquisa;

2ª etapa: Elaboração da fundamentação teórica a partir da pesquisa bibliográfica inicial.

3ª etapa: Seleção de tópicos da administração, da economia e da contabilidade que demandam conhecimentos matemáticos, com exemplos.

4ª etapa: Resolução das questões selecionadas para que os leitores deste trabalho possam ver na prática a importância da matemática, através das aplicações.

5º etapa: Análise dos dados obtidos na pesquisa.

3. Aplicações, Apresentação e Análise dos Resultados

Os conceitos abordados anteriormente na fundamentação teórica serão amplamente utilizados aqui nas aplicações, desde as funções até os máximos e mínimos, passando pelos limites e derivadas.

Todas essas aplicações têm importância relevante nas três áreas em que este trabalho foca: a administração, a economia e a contabilidade.

3.1. Função Custo, Receita e Lucro

A função custo está relacionada aos gastos efetuados para, produção, ou aquisição, de alguma mercadoria ou produto. Possui duas partes: custo fixo e custo variável.

O custo fixo não depende da quantidade produzida, já o custo variável depende diretamente da quantidade produzida.

Pode-se representar a função custo pela expressão:

$$C(x) = CF + CV(x).$$

A função receita se relaciona com o faturamento bruto que, é arrecadado na venda de determinado produto.

A receita é dada por: $R(x) = p.x$, onde p é o preço do produto e x é o número de unidades vendidas.

Já a função lucro, se relaciona com o lucro líquido das empresas, e é dada pela diferença entre a função receita e a função custo.

$$L(x) = R(x) - C(x)$$

3.2. Funções Marginais

Na Administração e na Economia, quando se tem uma função $f(x)$, costuma-se utilizar o conceito de função marginal para avaliar o efeito causado em $f(x)$ por uma pequena variação de x . É chamada função marginal de $f(x)$ à função derivada de $f(x)$. Assim, a função custo marginal é a derivada da função custo, a função receita marginal é a derivada da função receita, e assim por diante. Nesta seção serão vistas algumas funções marginais.

3.2.1. Função Custo Marginal

Supondo que $C(x)$ seja o custo total de produção de x unidades de certo produto, com $x \geq 0$ e $C(x) \geq 0$. A função C é chamada de função custo total e é possível partir para a seguinte definição.

Definição. Se $C(x)$ é o custo total de produção da x unidades de um determinado produto, então o custo marginal quando $x = x_0$, é dado por $C'(x_0)$, caso exista. A função $C'(x)$ é chamada função custo marginal.

Partindo dessa definição, chegamos a um importante resultado:

$$C'(x_0) \cong \Delta C = C(x_0 + 1) - C(x_0)$$

Logo, o custo marginal é aproximadamente igual à variação do custo, decorrente da produção de uma unidade adicional, a partir de x_0 unidades. Na definição acima, $c'(x_0)$ pode ser interpretada como a taxa de variação do custo total quando $x = x_0$ unidades são produzidas.

Exemplo 01: Considerando a função custo como sendo a função $C(x) = 0,02x^3 - 0,4x^2 + 400x + 200$, determinar o custo marginal para quando o valor for $x = 20$.

Resolução: Calcular a derivada da função é o primeiro passo.

$$C(x) = 0,02x^3 - 0,4x^2 + 400x + 200$$
$$C'(x) = 0,06x^2 - 0,8x + 400$$

Como o enunciado fornece 20 como valor para x, basta aplicar em $C'(x)$.

$$C'(20) = 0,06(20)^2 - 0,8(20) + 400$$
$$C'(x) = 408,82$$

Logo, $C'(20)$ é o custo aproximado encontrado para se produzir o vigésimo primeiro item e portanto o custo marginal quando $x = 20$ é $C'(20) = 408$.

3.2.2. Função Receita Marginal

Suponha que $R(x)$ seja a receita total obtida pela venda de x unidades de um produto, se tem a seguinte definição.

Definição. Se $R(x)$ é a receita obtida quando x unidades de um produto são demandadas, então a receita marginal, quando $x = x_0$, é dado por $R'(x_0)$, caso exista. A função $R'(x)$ é chamada função receita marginal. $R'(x_0)$ pode ser positiva, negativa ou nula, e pode ser interpretada como a taxa de variação da receita total quanto $x = x_0$ unidades são demandadas.

Assim, temos outro importante resultado.

$$R'(x_0) \cong \Delta R = R(x_0 + 1) - R(x_0)$$

Desse modo, a receita marginal é aproximadamente igual à variação da receita decorrente da venda de uma unidade adicional, a partir de x_0 unidades.

Exemplo 02: Suponha que $R(x)$ seja a receita total recebida na venda de x cadeiras da loja BBC, e $R(x) = -4x^2 + 2000x$. Calcular a receita marginal para $x = 40$.

Resolução: O primeiro passo é sempre calcular a derivada.

$R(x) = -4x^2 + 2000x$

$R'(x) = -8x + 2000$

O segundo passo é aplicar o valor dado para x pelo enunciado, neste caso, 40.

3.2.3. Função Produtividade Marginal

Ao se considerar uma função de produção P que dependa da quantidade x de um fator de produção variável. Chama-se função produtividade marginal do fator à derivada da função P em relação a x .

Exemplo 03: A quantidade P (em toneladas) produzida por mês de certo produto e x o trabalho mensal envolvido (medido em homens-hora) é dada pela função produção $P(x) = 1016\sqrt{x}$. Determinar a produtividade marginal quando $x = 64$.

Resolução: Calculando a derivada da função, através da derivada da potência, se tem:

$$P(x) = 1016\sqrt{x}$$

$$P'(x) = 1016\frac{1}{2}\sqrt{x}^{\frac{1}{2}-1} = 508\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{508}{\sqrt{x}}$$

Para se chegar ao resultado final da produtividade, basta aplicar o valor de x fornecido pelo enunciado da questão, aqui representado por 64.

$$P'(64) = \frac{508}{64} = 63,5$$

Assim, se o número de homens-hora passar de 64 para 65, o aumento na produção mensal será de, aproximadamente, 63,5 toneladas. Portanto, a produtividade marginal da função produção $P(x) = 1016\sqrt{x}$ quando $x = 64$ é 63,5 toneladas.

Aqui, o conceito matemático ajuda as pessoas, principalmente gerentes financeiros, a determinar quanto gastar na produção objetivando sempre maximizar os lucros.

3.2.4. Função Lucro Marginal

O lucro marginal, em poucas palavras, é a derivada da função lucro, que por sinal é a diferença entre a receita e o custo, como é mostrado no resultado abaixo.

$$L'(x) = R'(x) - C'(x).$$

Exemplo 04: Em uma indústria têxtil, a receita na venda de um tipo de toalha é dada por $R(q) = -0,001q^2 + 10q$, em que $0 \leq q \leq 10.000$. Suponha que o custo para a produção das toalhas seja dado por $C(q) = 2q + 12.000$.

a) Descubra a função lucro.

Resolução: Primeiro, se deve encontrar a função lucro, dessa maneira:

$$L = R - C = -0,001q^2 + 10q - 2q - 12.000$$
$$L(q) = -0,001q^2 + 8q - 12.000$$

b) Descubra a função lucro marginal.

Resolução: Primeiro, deve-se derivar a função lucro.

$$L(q) = -0,001q^2 + 8q - 12.000$$
$$L'(q) = -0,002q + 8$$

c) Obtenha o lucro marginal aos níveis q = 3.000 e q = 5.000.

Resolução: Conhecida a função lucro marginal, basta aplicar os valores que o enunciado fornece.

$$L'(q) = -0,002q + 8$$
$$L'(3000) = -0,002(3000) + 8$$
$$L'(3000) = 2$$

$$L'(5000) = -0,002(5000) + 8$$
$$L'(3000) = -2$$

Aqui, mais uma vez percebemos a importância do conhecimento matemático aplicado, neste último exemplo, através do cálculo do lucro marginal, percebe-se que tem uma hora em que a produção passa a gerar lucro negativo para o produtor, o que indicia que está na hora de parar.

3.3. Aplicações das Função Custo, Receita, Lucro e Produtividade no Cotidiano e na Realidade Local

Aplicação 1: Uma peixaria pesca, prepara e vende peixes para a merenda escolar das escolas do interior do Amazonas. O custo da pesca e do preparo mensal desses peixes é dado através da função C = 6000 + 14x, onde x é o número de peixes preparados por mês. Cada peixe é vendido por R$: 54,00. Hoje, o lucro mensal dessa peixaria é de R$: 6.000,00.

Para triplicar esse lucro, a peixaria deverá pescar, preparar e vender mensalmente:

Resolução:

A função lucro é dada por $L(x) = R(x) - C(x)$, já a função custo é $C(x) = 6000 + 14x$ e a função receita é $R(x) = px$, sendo *p* o preço de mercado e *x* o número de peixes produzidos por mês.

Substituindo a função Custo na função lucro, teremos:

$$L(x) = R(x) - (6000 + 14x)$$

Substituindo a função receita nesta função, teremos:

$$L(x) = px - (6000 + 14x)$$

Agora faremos dois cálculos distintos: o primeiro para descobrir quantos peixes são preparados mensalmente por essa peixaria e o segundo para descobrir quantos peixes devem ser preparados e vendidos para triplicar o lucro.

Peixes preparados com lucro normal:

p é o preço de cada peixe. Nesse exercício, o preço é 54 reais.

$L(x)$ é o lucro. Nesse caso, R$: 6000,00. A quantidade de peixes preparados para esse lucro será:

$$6000 = 54(x) - 14(x)$$
$$6000 + 6000 = 54(x) - 14(x)$$
$$12000 = 40(x)$$
$$x = \frac{12000}{40}$$
$$x = 300$$

Peixes produzidos com lucro triplicado:

p é o preço de cada peixe. Nesse exercício, o preço é 54 reais.

L(x) é o lucro. Nesse caso, o lucro almejado é de 18000 reais, exatamente o triplo do lucro mensal já alcançado por essa peixaria. Então, a equação, com as devidas substituições, fica assim:

$$18000 = 54(x) - 6000 - 14(x)$$
$$18000 + 6000 = 54(x) - 14(x)$$
$$24000 = 40(x)$$24000 = 40x

$$x = \frac{24000}{40}$$
$$x = 600$$

Observe que 600 é o número de peixes preparados e vendidos por mês com o lucro mensal triplicado e 300 é o número de peixes produzidos por mês com o lucro mensal normal. Dessa forma, sabendo que 600 é o dobro de 300, para triplicar o lucro da peixaria, ela deve dobrar sua produção e vendas.

Aplicação 2: Leandro vende no “Espetinho das Garças” um churrasquinho de alcatra por R$: 6,00 a unidade. Seu custo fixo é de R$: 1.000 por mês, e o custo variável por unidade é de R$: 4,00. Determine:

a) a função Custo Total:

Resolução: O custo total, a função custo, é dado por $C(x) = 1000 + 4x$, em que x é o número de espetinhos produzidos.

b) a função Receita:

Resolução: A receita é dada por $R(x) = 6x$

c) a função Lucro:

Resolução: A função lucro é a diferença entre a receita e o custo: $L(x) = 6x - (1000 + 4x) \Rightarrow 2x - 1000$

d) o ponto de nivelamento (ou ponto crítico):

Resolução: O ponto crítico, nada mais é que o valor de x que anula a função lucro.

$$L(x) = 0 \Rightarrow 2x - 1000 \Rightarrow 2x = 1000 \Rightarrow x = \frac{1000}{2} = 500$$

e) Quantas unidades Leandro irá vender por mês para ter um lucro mensal de $8.000,00?

Resolução: Para obter R$: 8.000 de lucro no churrasquinho das garças, Leandro venderá: $L(x) = 8000 \Rightarrow 2x - 1000 = 8000 \Rightarrow 2x = 9000 \Rightarrow x = \frac{9000}{2} = 4500$ espetinhos.

f) Qual o custo médio para produzir a quantidade de espetinhos obtida em (e)?

Resolução:

Basta que façamos a divisão entre o lucro e a quantidade de espetinhos vendidos:

$C = \frac{8000}{4500} = R\$:\ 1,77$ por espetinho.

Aplicação 3: Em escritórios de contabilidade de todo o Brasil, diariamente são feitos cálculos de holerites e contracheques, vamos conhecer esses cálculos e colocá-los em prática? Neste exemplo, usaremos um trabalhador que ganha R$: 2.000.

a) Quanto representa o desconto referente ao transporte que tem alíquota de 6% do salário bruto?

$6\% = \frac{6}{100}.2000 = 120$

É descontado do salário bruto deste trabalhador R$: 120,00 por mês referente ao transporte.

b) Quanto representa o desconto referente à previdência social (INSS) que tem alíquota de 11% do salário bruto?

$11\% = \frac{11}{100}.2000 = 220,00$

Todos os meses é descontado do salário bruto desse trabalhador R$: 220,00 referente ao inss.

c) Quanto representa o desconto referente ao fundo de garantia (FGTS) que tem alíquota de 8% do salário bruto?

$8\% = \frac{8}{100}.2000 = 160,00$

Todos os meses é descontado do salário bruto desse trabalhador R$: 160,00 referente ao fgts.

d) Quanto em %, o trabalhador perde mensalmente, através dos descontos realizados?

$$\frac{500}{2000} = 0,25 . 100 = 25$$

Todos os meses, 25% do salário deste trabalhador vai para descontos e contribuições sociais.

Aplicação 4: A Gomes Ribeiro Siderúrgica fabrica pistões para montadoras de motores automotivos. O custo fixo mensal de R$: 950,00 inclui conta de energia elétrica, de água, impostos, salários e etc. existe também um custo variável que depende da quantidade de pistões produzidos, sendo a unidade R$: 41,00. Considerando que o valor de cada pistão no mercado seja equivalente a R$: 120,00, monte as Funções Custo, Receita e Lucro. Calcule o valor do lucro líquido na venda de 1000 pistões e quantas peças, no mínimo, precisam ser vendidas para que se tenha lucro.

Função Custo total mensal:

$$C(x) = 950 + 41x$$

Função Receita:

$$R(x) = 120x$$

Função Lucro:

$$L(x) = 120x - (950 + 41x)$$

Lucro líquido na produção de 1000 pistões:

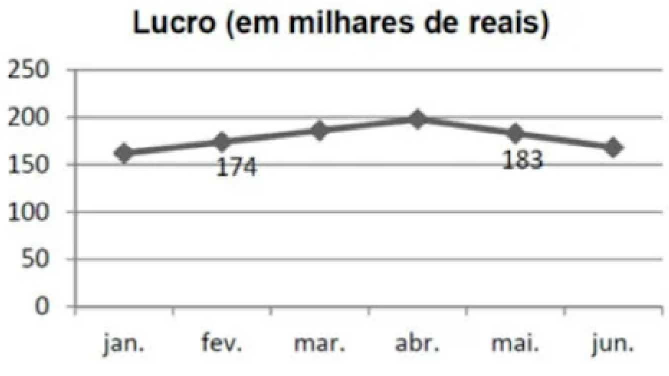
$$L(1000) = 120\times1000 - (950 + 41\times1000)$$
$$L(1000) = 120.000 - (950 + 41.000)$$
$$L(1000) = 120.000 - 950 + 41.000$$
$$L(1000) = 120.00 - 41.950$$
$$L(1000) = 78.050$$

O lucro líquido na produção de 1000 pistões será de R$: 78.050,00 e para que se tenha lucro é preciso que a receita seja maior que o custo.

$$R(x) > C(x)$$
$$120x > 950 + 41x$$
$$120x - 41x > 950$$
$$x > 950/79$$
$$x > 12$$

Para ter lucro é preciso vender acima de 12 peças.

Aplicação 5: (UERN/2015) O gráfico apresenta o lucro de uma empresa no decorrer do primeiro semestre de determinado ano:



Fonte: UERN, 2015.

Os economistas dessa empresa dividiram esse período em dois: primeiro período, de janeiro a abril, em que há um crescimento linear nos lucros; e segundo período, de abril a junho, em que há uma queda nos lucros de R$: 15000 ao mês. A partir dessas informações, é correto afirmar que o lucro obtido no mês de janeiro foi:

a) R$: 158.000,00.

b) R$: 162.000,00.

c) R$: 164.000,00.

d) R$: 168.000,00.

Para resolver esse exercício, analisaremos o gráfico para descobrir qual foi o lucro dessa empresa no mês de abril e utilizaremos as siglas: La = lucro de abril, Lj = Lucro de janeiro, Lf = Lucro de fevereiro e Lm = Lucro de março.

De abril para maio, o lucro caiu 15 mil, pois ele cai justamente esse valor por mês.

La = 183000 + 15000 = 198000.

Logo, em abril, houve um lucro de R$ 198.000,00.

Entre fevereiro e abril, teremos:

$$La - Lf = 24.000$$

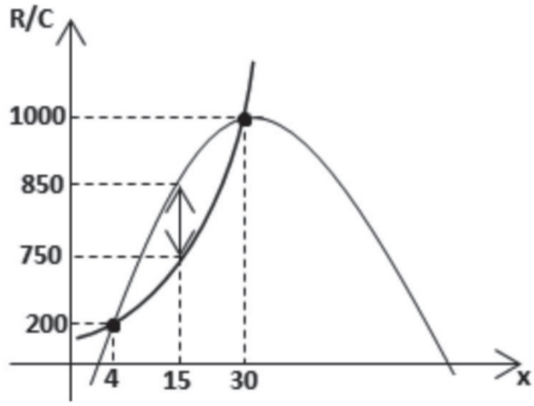
Como pôde ser visto, o lucro dessa empresa cresceu R$: 24.000,00 em dois meses. Isso quer dizer que, se em dois meses essa empresa teve um crescimento de R$: 24.000,00, em um mês, utilizando regra de três, o crescimento foi de R$: 12000,00. Portanto:

$$Lj = Lf - 12.000$$
$$Lj = 17.400,00 - 12.000$$
$$Lj = 162.000,00$$

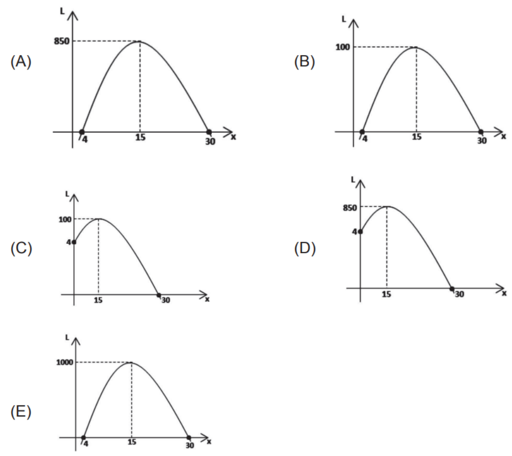
O lucro em janeiro foi de R$: 162.000,00, o que nos faz escolher a alternativa B.

Aplicação 6: (UNIFOR/2016): A função Custo C descreve o custo de produção de determinado produto e varia em função da quantidade x produzida do mesmo. A função Receita R descreve o total bruto recebido pela venda de uma quantidade variável x desse produto. O Lucro L é obtido como a diferença entre a Receita e o Custo. Suponha que certo produto tenha os traçados das funções Receita e Custo feitos no mesmo sistema de eixo (Figura 01).

Figuras 6 e 7: Gráficos das Funções Receita e Custo



Sabendo-se que o Lucro máximo é obtido quando 15 unidades são produzidas, podemos deduzir que o gráfico que mais se aproxima da função Lucro é:



Fonte: UNIFOR, 2016.

O gráfico B é o que mais se aproxima da função lucro, ao fazer a análise gráfica, quando no eixo x se observa os valores 4 e 30 percebe-se que o lucro é 0 e quando observa-se o valor 15 também no eixo das abscissas se obtém o lucro máximo, igual a 100.

3.4. Break Ever Point

Ponto de Equilíbrio, também denominado de ponto de ruptura “BREAK-EVERPOINT”, surge da conjugação dos gastos totais com as receitas totais. É o ponto onde se igualam os Gastos Totais e as Receitas Totais. A partir deste ponto a empresa entra na área da lucratividade.

Portanto:

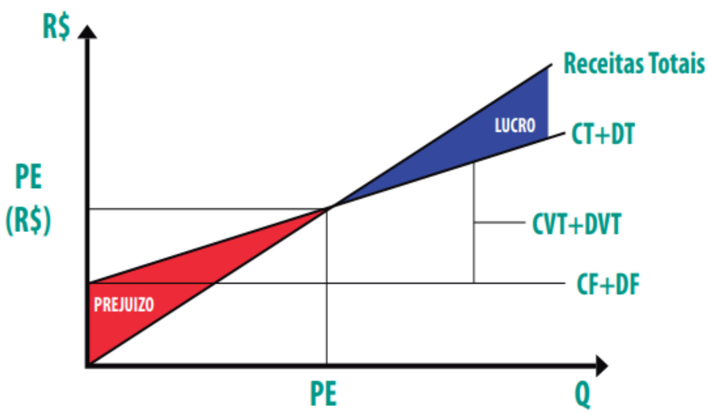
$PE \Rightarrow RT = CDT$, onde:

PE = Ponto de Equilíbrio

RT = Receitas Totais

CDT = Custos e Despesas Totais

Figura 5: Ponto de Equilíbrio



Fonte: Marcone Silva

3.4.1. Ponto de Equilíbrio Contábil

O Ponto de Equilíbrio Contábil representa a quantidade de unidades produzidas e vendidas em que a Receita de Vendas é igual ao Gasto Total (Custos mais Despesas) do produto, ou seja, em que não há lucro ou prejuízo.

$$PEC(em\ quantidade) = \frac{CF+DF}{PVU-CVU}$$

Onde:

PEC = Ponto de Equilíbrio Contábil

MCU = Margem de Contribuição Unitária

CVU = Custo Variável Unitário

PVU = Preço de Venda Unitário

CF = Custos Fixos

DF = Despesas Fixas

Exemplo: A fábrica de chocolates Gumpa Ltda tem um volume de produção de 600kg por mês a um preço unitário de venda de R$: 10,00. Considerando que ela tem gastos com matéria prima e embalagem no valor de R$: 8,00 por quilo e com aluguéis e salários de R$: 1.000,00 mensalmente, encontre o Ponto de Equilíbrio Contábil (PEC) da fábrica de chocolates Gumpa Ltda.

$$\frac{CF+DF}{PVU-CVU} = \frac{1000}{10-8} = 500\ kg/mês.$$

$$PEC\ (em\ reais)\ = 500\ x\ 10 =\ 5.000,00/mês.$$

Logo, a fábrica de chocolates precisa vender 500 kg/mês de chocolate, o equivalente a R$: 5.000,00 por mês para pagar todos seus gastos. Se ela vender menos de 500 kg por mês, terá um prejuízo. O que ela vender a mais de 500 kg por mês será considerado como lucro para a fábrica Gumpa Ltda.

3.4.2. Ponto de Equilíbrio Econômico

O Ponto de Equilíbrio Econômico representa a quantidade que, produzida e vendida, proporciona um lucro contábil apurado na atividade empresarial igual ao rendimento que seria obtido com o mesmo capital aplicado em outro investimento qualquer (aplicação financeira, por exemplo). O cálculo do Ponto de Equilíbrio Econômico é efetuado por meio da seguinte fórmula:

$$PEE\ =\ (CF\ +\ DF)\ +\ CO\ /\ MCU$$

Onde:

PEE = Ponto de Equilíbrio Econômico

CF = Custos Fixos

DF = Despesas Fixas

MCU = Margem de Contribuição Unitária

CO = Custo de Oportunidade

3.4.3. Ponto de Equilíbrio Financeiro

O Ponto de Equilíbrio Financeiro (PEF) representa a quantidade produzida e vendida, na qual não há lucro ou prejuízo, só que não considerando os gastos não desembolsáveis relacionados à produção na composição dos Custos Fixos.

$$PEF = \frac{(CF+DF-GND)}{MCU}$$

Onde:

PEF = Ponto de Equilíbrio Financeiro

CF = Custos Fixos

DF = Despesas Fixas

GÑD = Gastos não desembolsáveis (Depreciação, Exaustão, etc)

MCU = Margem de Contribuição Unitária

3.4.4. Ponto de Equilíbrio para Múltiplos Produtos

Se uma determinada empresa produz um único produto, conseguimos obter o ponto de equilíbrio contábil, econômico ou financeiro de forma simples, conforme demonstrado nos casos anteriores. Quando a variedade de produtos é grande e os tipos de produtos elaborados, porém, a obtenção do ponto de equilíbrio torna-se um pouco mais complexa. Nas situações em que se elabora mais de um produto ou serviço, a expressão do ponto de equilíbrio em quantidades distintas de produtos distintos perde, em boa parte, seu sentido. A melhor forma de expressá-lo seria pela receita total de vendas. Imaginando o exemplo fictício de uma empresa que fabrica dois produtos, X e Y, o lucro seria função das margens de contribuição percentuais individuais multiplicadas pelas quantidades estimadas de vendas em unidades monetárias e, posteriormente, subtraídas dos gastos fixos.

De forma algébrica, se teria:

$$Lucro = MC\%X \; x \; VendasR\$X + MC\%Y \; x \; VendasR\$\,Y - Gastos\;Fixos$$

Por estar no ponto de equilíbrio contábil e o lucro neste ponto ser nulo, tem-se que:

$$MC\%X \; x \; VendasR\$X + MC\%Y \; x \; VendasR\$Y = Gastos\;Fixos$$

Quando se substitui as margens e vendas individuais dos diferentes produtos por valores médios, a expressão $(MC\%X \; x \; VendasR\$X + MC\%Y \; x \; VendasR\$Y)$ pode ser substituída por:

$$MC\%Média \; x \; VendasR\$Totais = Gastos\;Fixos$$

O ponto de equilíbrio que será obtido, em unidades monetárias de vendas é igual a:

$$VendasR\$Totais = Gastos\;Fixos \,/\, MC\%Média$$

Portanto, se uma empresa opera com diferentes produtos, a melhor forma de expressar o ponto de equilíbrio seria pela divisão dos gastos fixos por uma margem de contribuição média. Para obter a margem de contribuição média, basta multiplicar as margens individuais pela participação percentual nas vendas e depois, somar o resultado.

Exemplo 02: A LLG fabrica e vende fardamentos escolares e corporativos. Cada unidade de fardamento escolar é vendida por R$: 38,00, em média, enquanto os fardamentos corporativos são vendidos por R$: 45,00. Os gastos variáveis são estimados em R$: 16,00 e R$: 20,00, para ambos os produtos, respectivamente. Os gastos fixos anuais da empresa são estimados em R$: 40.000,00 e as participações de vendas dos dois produtos são estimadas em 30% e 70%, respectivamente.

Para encontrar o ponto de equilíbrio contábil, a empresa precisa encontrar uma margem de contribuição média. As margens de contribuição percentuais para cada um dos dois produtos podem ser apresentadas como:

- fardamento escolar: margem de contribuição = $(R\$: 38,00 - R\$: 16,00)/R\$: 38,00 = 57,89\%$;

• fardamento corporativo: margem de contribuição = $(R\$:\ 45,00\ -\ R\$:\ 20,00)/R\$:\ 45,00\ =\ 55,56\%$.

A margem média resulta da ponderação das margens individuais pela participação de cada produto nas vendas, ou

$$Margem\ média\ =\ 57,89\%\ x\ 0,30\ +\ 55,56\%\ x\ 0,70\ =\ 56,26\%$$

Como a margem de contribuição média encontrada foi 56,26% e os gastos fixos são iguais a R$40.000,00, o faturamento da empresa no ponto de equilíbrio contábil seria igual a:

$$Vendas\ em\ R\$\ =\ 40.000,007(0,5626)\ =\ R\$\ 71.098,47$$

Assim, o ponto de equilíbrio poderia ser expresso no volume de vendas em unidades monetárias, ou R$: 71.098,47. O mesmo critério pode ser aplicado para o cálculo do ponto de equilíbrio econômico e do ponto de equilíbrio financeiro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal deste estudo é aplicar os conhecimentos de cálculo matemático e de matemática financeira a questões práticas do cotidiano de administradores, contadores e economistas, por meio da revisão de alguns dos conceitos mais utilizados e resolução de exemplos, em sua maioria voltados para a contextualização com a realidade da nossa região.

Várias eram as possibilidades de aplicações em todas essas 3 áreas, mas escolhemos trabalhar principalmente com as funções marginais: custo, receita, lucro e produtividade para explorá-las o máximo possível, uma vez que abrange a tríade estudada nesta pesquisa.

Uma vez vista a importância e a variada gama de aplicações, buscou-se revisar e após feita a revisão bibliográfica, buscou-se aplicar a exaustão para que o conhecimento fosse sedimento e para que esta pesquisa sirva para criação de manuais de estudo futuros que não venham a abordar apenas juros simples e compostos em suas ementas chamando de matemática financeira.

Estudos diversos como investimentos, previdência privada, orçamentos familiares e empresariais são apenas mais alguns exemplos do que pode ser abordado dentro da temática de matemática financeira em trabalhos futuros.

Entre as limitações encontradas nesta pesquisa pode-se destacar as poucas obras que relacionam aplicações da matemática financeira com os conceitos de limites, derivadas e integrais, restringindo-se muito ao uso de funções, o que demandou de um maior tempo de pesquisa e resultou em um número bem menor de aplicações de ensino superior que de ensino básico, o que na prática ainda gera bons resultados, pois gerou a curiosidade e ambição de aplicá-lo para este eixo e público e mencionado.

Para estudos futuros seria apropriado também usar as ferramentas da educação matemática para levar estes conhecimentos para as escolas, voltando a pesquisa para uma análise qualitativa, realizada com alunos do ensino médio e aplicando o máximo possível destas questões, usando interdisciplinaridade, etnomatemática e voltando as aplicações para mais próximo dos alunos, como buscou-se realizar neste trabalho, aplicar os estudos, regionalizando-os e contextualizando-os.

Basta observar a quantidade de aplicações realizadas no decorrer deste trabalho para ver que os objetivos estabelecidos para ele foram alcançados, aplicações como essas acima são importantes para o dia a dia das pessoas e também de empresas, independente de seu porte, pois através das funções custo, receita e lucro é possível fazer um balanço de como conseguir fazer os negócios da empresa crescerem e fazer valer sua razão de existir. No caso estudado na aplicação da Siderúrgica Gomes Ribeiro, é fácil perceber que com menos de 12 peças vendidas a empresa Gomes Ribeiro tende a falir e que se vender mais de 12 peças terá lucro e crescimento projetado, o que se estende para vários dos outros exemplos aqui apresentados.

A Matemática como em todas as outras áreas, na administração, na contabilidade e na economia faz a diferença.

Questões como as ferramentas do cálculo matemático necessárias para compreensão dos conceitos de administração, contabilidade e economia. os problemas da administração, da contabilidade e da economia que podem ser resolvidos através dos conceitos de matemática financeira, como resolvê–los e como ajudam as pessoas foram respondidas aqui através da revisão de conceitos de cálculo e matemática elementar e da aplicação destes em questões do cotidiano das pessoas e profissionais destas áreas em questão estudadas.

Quando se pensa em como alavancar resultados de empresas e órgãos públicos ou mesmo recuperá-las, os primeiros profissionais procurados são os de Administração, Contabilidade e Economia que usam destes métodos aqui aplicados, que por sua vez utilizam matemática, para traçar estratégias e planos de crescimento, o que novamente nos mostra a importância de aprender cada um destes conceitos.

Por fim, a preocupação principal deste trabalho era tirar o foco dado apenas a juros simples e compostos como se fossem matemática financeira, o que ainda no novo ensino médio implantado é feito e com todas essas aplicações esse objetivo foi alcançado, mesmo ainda tendo um imenso leque de possibilidades de temas para abordar.

REFERÊNCIAS

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 23° ed. São Paulo: Cortez, 2007.

HARIKI, Seiji. **Matemática Aplicada: Administração, Economia e Contabilidade**. São Paulo: Saraiva, 1999.

IEZZI, Gelson**. Matemática: Ciências e Aplicações**. 2. ed. São Paulo: Atual, 2004.

HAZZAN, Samuel; POMPEO, José. **Matemática Financeira**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2007.

PUCCINI, Abelardo. **Matemática Financeira: Objetiva e Aplicada**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2000.

MARTINS, Maicon. **Cálculo Diferencial e suas aplicações na Teoria da Análise Marginal**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Matemática) – Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande. São Paulo, 2021.

SOARES, Ana Paula; GABRIEL, Jose Ronaldo Bezerra. **Análise de Custos**. 1. ed. Salvador: UFBA, 2019.