

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
CENTRO DE ESTUDOS SUPERIORES DE TABATINGA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RODRIGO LIMA DE ALMEIDA

MODELO MATEMÁTICO DO RESFRIAMENTO DE NEWTON: ANÁLISE DE UM
ESTUDO COM RESFRIAMENTO DE UMA FRUTA

Tabatinga – AM
2021

RODRIGO LIMA DE ALMEIDA

MODELO MATEMÁTICO DO RESFRIAMENTO DE NEWTON: ANÁLISE DE UM
ESTUDO COM RESFRIAMENTO DE UMA FRUTA

Trabalho de conclusão de curso apresentado para obtenção de nota parcial na disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II, ministrada pela Prof.^a Ma. Karem Keyth de Oliveira Marinho, do Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Estudos Superiores de Tabatinga da Universidade do Estado do Amazonas.

Orientador: Prof. Esp. Zequias Ribeiro Montalvam Filho

Tabatinga – AM
2021

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Sistema Integrado de Bibliotecas da Universidade do Estado do Amazonas.

A447m Almeida, Rodrigo Lima de
Modelo matemático do resfriamento de Newton:
análise de um estudo com resfriamento de uma fruta /
Rodrigo Lima de Almeida. Manaus : [s.n], 2021.
19 f.: color.; 30 cm.

TCC - Licenciatura em Matemática - Universidade do
Estado do Amazonas, Manaus, 2021.

Inclui bibliografia

Orientador: Zequias Ribeiro Montalvam Filho

1. Resfriamento. 2. Método Matemático. 3.
Conservação. 4. Congelamento. 5. Banana. I. Zequias
Ribeiro Montalvam Filho (Orient.). II. Universidade do
Estado do Amazonas. III. Modelo matemático do
resfriamento de Newton: análise de um estudo com
resfriamento de uma fruta

Elaborado por Jeane Macelino Galves - CRB-11/463

RODRIGO LIMA DE ALMEIDA

MODELO MATEMÁTICO DO RESFRIAMENTO DE NEWTON: ANÁLISE DE UM
ESTUDO COM RESFRIAMENTO DE UMA FRUTA

Trabalho de conclusão de curso apresentado para obtenção de nota parcial na disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II, ministrada pela Prof.^a Ma. Karem Keyth de Oliveira Marinho, do Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Estudos Superiores de Tabatinga da Universidade do Estado do Amazonas.

Data da aprovação: 11 de agosto de 2021

Prof. Esp. Zequias Ribeiro Montalvam Filho - Orientador(CSTB/UEA)

Prof. Dr. Edilson de Carvalho Filho.-Membro interno (CSTB/UEA)

Prof. Me. Edfram Rodrigues Pereira -Membro interno (CSTB/UEA)

RESUMO

O presente trabalho trata sobre o modelo matemático de resfriamento de Newton de Experiências práticas, no sentido de demonstrar a sua aplicabilidade em diversas experiências, neste aspecto, através da revisão de literatura foi possível apresentar a análise de uma dissertação de mestrado que trouxe a análise e aplicação prática de um modelo matemático de resfriamento de Newton em uma banana, possibilitando assim a análise dos parâmetros quantitativos e qualitativos de pesquisa. Frutas são alimentos compostos normalmente por 80% a 90% de água, tornando-as extremamente perecíveis. Dessa forma, métodos de conservação devem ser aplicados para prolongar sua vida útil e conservar características de aceitação pelo consumidor. Assim, o trabalho analisado objetivou estudar a transferência de calor durante os processos de resfriamento e congelamento de banana utilizando geometria esferoidal prolata. Para a modelagem matemática, utilizou-se a equação da conservação de energia escrita em coordenadas esferoidais prolatas. A solução numérica da equação governante foi realizada através do método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita. Concluiu-se que para uma curva de resfriamento da banana, uma modelagem pôde prever com bastante exatidão o período de resfriamento, mas, não de pós-congelamento. Verificou-se que quanto menor o tamanho do produto, mais rápido é o processo e quanto maior a razão de aspecto da forma, maiores serão os gradientes de temperatura na ponta do produto. As taxas de resfriamento sofreram maior influência quando se variou um aspecto da forma constante do que variando as dimensões e mudando também o aspecto da forma. Por fim, verificou-se que quanto maior o aspecto da forma, mais a transferência de calor na banana não é uniforme durante o processo.

Palavras-chave: Resfriamento; Método Matemático; Conservação; Congelamento; Banana.

ABSTRACT

The present work deals with Newton's mathematical model of cooling from Practical Experiments, in order to demonstrate its applicability in several experiments, in this aspect, through the literature review it was possible to present the analysis of a master's thesis that brought the analysis and practical application of a mathematical model of Newton's cooling in a banana, thus enabling the analysis of quantitative and qualitative research parameters. Fruits are foods usually made up of 80% to 90% water, making them extremely perishable. Thus, conservation methods must be applied to prolong its shelf life and maintain consumer acceptance characteristics. Thus, the analyzed work aimed to study the heat transfer during the banana cooling and freezing processes using prolate spheroidal geometry. For the mathematical modeling, the energy conservation equation written in prolate spheroidal coordinates was used. The numerical solution of the governing equation was performed using the finite volume method with a totally implicit formulation. It was concluded that for a banana cooling curve, a modeling could predict the cooling period quite accurately, but not the post-freezing period. It was found that the smaller the product size, the faster the process and the higher the shape aspect ratio, the greater the temperature gradients at the tip of the product. Cooling rates were more influenced by changing an aspect of the shape constantly than by varying the dimensions and also changing the aspect of the shape. Finally, it was found that the greater the shape, the more the heat transfer in the banana is not uniform during the process.

Keywords: Cooling; Mathematical Method; Conservation; Freezing; Banana.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	7
2 REVISÃO DA LITERATURA	8
2.1 Construções do modelo matemático de resfriamento de newton.....	8
2.2 Dedução da fórmula de resfriamento	9
2.3 Relevância do modelo matemático de resfriamento de newton.....	11
3 PROCESSO DE RESFRIAMENTO DE UMA BANANA	13
4 CONCLUSÃO.....	18
REFERÊNCIAS.....	19

1 INTRODUÇÃO

A teoria matemática é fundamental porque permite ao aluno entender o que o ser humano pode criar e desenvolver para encontrar respostas para o que está acontecendo ao seu redor na ciência. Ao absorver verdadeiramente as técnicas matemáticas, pode-se observar a importância dos fundamentos matemáticos no cotidiano das pessoas e a importância da implementação no campo dos cursos universitários por meio da prática (PEREIRA; BARBOSA, 2018).

Dentro do contexto acadêmico, sobretudo nas publicações de cursos universitários da literatura carecem de experimentos de física, o grande problema é a aplicação do conteúdo teórico na prática. Na maioria dos projetos, as equações diferenciais ordinárias ocupam muito espaço na parte teórica. Portanto, a aplicação dessas equações em disciplinas práticas ainda está em segundo plano, como a lei do resfriamento de Newton, que permite prever o tempo necessário para resfriar ou aquecer determinado objeto em um meio condutor (CORRALLO; JUNQUEIRA, 2015).

Neste sentido, de modo a fundamentar e enriquecer o presente trabalho utilizou-se em específico uma tese de mestrado apresentado no curso de Engenharia Mecânica de autoria do Mestre Hugo Carvalho Amorin, publicada em 2016 com o seguinte título **Modelagem e Simulação da Transferência de Calor em alimentos com forma esferoidal prolata. Estudo de caso: Resfriamento e congelamento de banana**. A escolha deste trabalho se deu pois, houve em seu decorrer uma evolução da teoria do Resfriamento de Newton, tornando-o um objeto de análise.

Para realização deste tipo de trabalho, utilizou-se a revisão de literatura com aplicação dos seguintes métodos de pesquisa: método qualitativo de pesquisa que buscou estruturar a análise do trabalho escolhido nos seguintes critérios: análise dos objetivos da pesquisa; estrutura do estudo de caso; análise de sua abordagem metodológica e teórica e análise dos resultados apresentados no final da dissertação.

Desta forma, o presente estudo está dividido em quatro seções que apresentam à introdução a temática de pesquisa, um aporte teórico; apresentação do objetivo de pesquisa e a conclusão do presente artigo no sentido de apresentar como a

aplicação do método matemático de resfriamento de Newton é importante em diversos aspectos técnicos, matemáticos e podem ser aplicados no cotidiano.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Construções do modelo matemático de resfriamento de newton

A transferência de calor é a transferência de energia térmica de um objeto com uma temperatura mais alta para outro objeto com uma temperatura mais baixa. No século XVIII, Newton descobriu que o calor absorvido de objetos quentes seria levado pelo vento. Após aquecer um objeto e colocá-lo em local isolado para não perder calor durante o contato, percebeu que sua temperatura caía com o tempo. Portanto, a única maneira de dissipar o calor é dissipando o calor para o meio ambiente. A lei de resfriamento que ele formulou afirma que, para pequenas diferenças de temperatura, a taxa de resfriamento é aproximadamente proporcional à diferença de temperatura entre o objeto e o ambiente (CARVALHO, 2013).

Temperatura é uma quantidade física que permite estimar o quão quente ou fria um objeto está em relação a um padrão. A unidade de medida de temperatura no sistema Internacional (SI) é Kelvin (K), mas neste trabalho usaremos a temperatura em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$), lembrando que existe uma escala em graus Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Quando um objeto é colocado em um sistema com temperaturas diferentes, aquele com a temperatura mais alta tende a esfriar enquanto aquece seu entorno até que ambos tenham a mesma temperatura, ou seja, entrem em equilíbrio térmico (SOARES, 2016).

Essa taxa de aquecimento ou resfriamento é aproximadamente proporcional à diferença de temperatura entre os objetos, ou seja, quanto maior a diferença de temperatura entre os objetos, maior a queda de temperatura. Essa relação da taxa de resfriamento (ou aquecimento) de um objeto foi proposta originalmente por Isaac Newton, por isso é chamada de lei de resfriamento de Newton (SOARES, 2016).

Esta equação existe em muitos campos científicos, como biologia, economia, engenharia, física, gastronomia, psicologia, etc. Embora seja rara em nosso dia a dia, ela ainda existe no dia a dia das pessoas, por exemplo, no resfriamento a taxa está relacionada à temperatura do corpo e do ambiente, ou no cálculo dos juros compostos (ALITOLIF, 2011). A lei do resfriamento de Newton tem grande

aplicabilidade no campo da engenharia, podendo ser utilizada na engenharia civil, na termodinâmica, sendo de vários tipos, principalmente nos cursos de engenharia de alimentos (PEREIRA; BARBOSA, 2018).

Assim, torna-se importante apresentar como ocorre a dedução da fórmula de resfriamento a partir do exemplo da água, conforme demonstrado no tópico seguinte.

2.2 Dedução da fórmula de resfriamento

Levando-se em consideração a seguinte premissa “a quantidade de calor que flui de um corpo com temperatura mais alta para outro com temperatura mais baixa varia conforme a diferença de temperatura” (MEUAR; CALDEIRA; MEDEIROS, 2013, p.54). Apresenta-se um exemplo de experiência de modo que se consiga analisar sua aplicação prática, utilizando a água neste momento.

Suponha que se tenha um litro de água em um recipiente aberto de 80 °C e estamos em um inverno rigoroso com uma temperatura ambiente de 0 °C. Em seguida, colocamos a água em contato com o meio ambiente, imergimos o termômetro nela e contamos o tempo daquele momento. Após cinco minutos, podemos ver que a temperatura da água está em 40 °C, que é a temperatura intermediária entre a temperatura inicial e a temperatura ambiente, e a temperatura ambiente é também a temperatura final (BEZERRA; DOMINGOS, 2020).

Dessa forma, em mais cinco minutos, sua temperatura estará entre quarenta graus e zero, ou seja, em dez minutos a partir do momento em que a água entrar em contato com o meio ambiente, sua temperatura cairá pela metade até zero. Metade da diferença entre sua temperatura e a temperatura intermediária. E assim por diante. Com base nesses dados, podemos traçar uma tabela do tempo e da temperatura que a água atinge (BEZERRA; DOMINGOS, 2020).

Tabela 1. Tempo de resfriamento da água

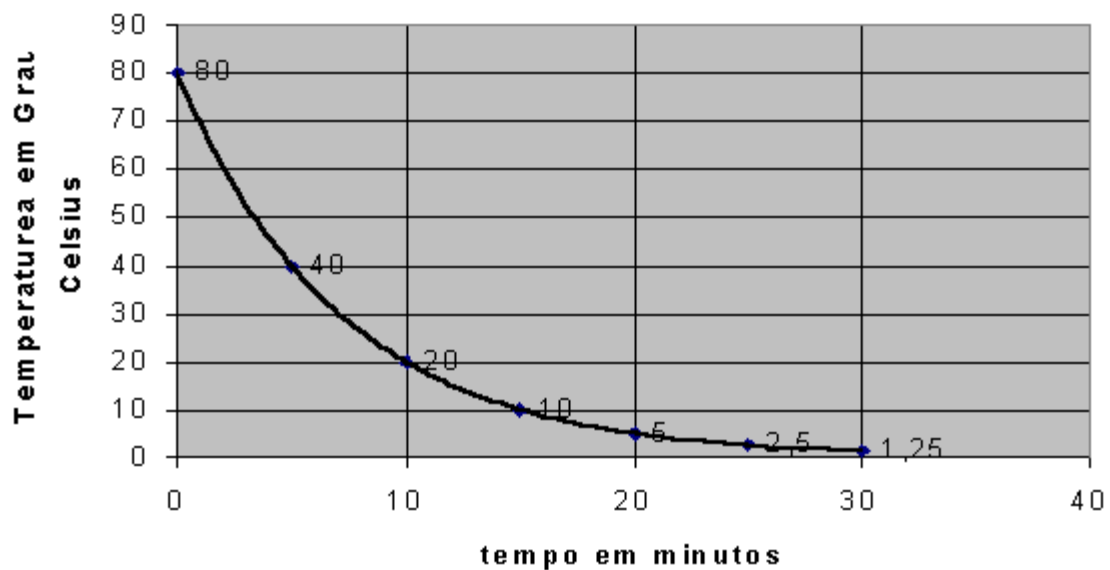
Tempo	Temperatura da água
0 min	80°C
5 min	40°C
10 min	20°C
15 min	10°C
20 min	5°C
25 min	2,5°C
30 min	1,25°C

Fonte: <http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01043/20011/Adriano/intro.html>

Ao transformar os valores acima apresentados em gráfico de temperatura obtém-se os seguintes parâmetros:

Gráfico1. Gráfico Temperatura - tempo

Gráfico Temperatura - tempo



Fonte: <http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01043/20011/Adriano/intro.html>

Neste sentido, percebe-se que a temperatura está se aproximando gradativamente da temperatura ambiente, e essa diferença vai ficando cada vez menor, até que em um determinado momento se torna desprezível, podemos dizer que os objetos estão em equilíbrio térmico (suas temperaturas são as mesmas). Pela figura, é possível também saber a temperatura da água em um determinado

momento. Veja-se como seria aplicação da equação acima para descrever a situação

$$T = (T_0 - T_f)^{-kt} + T_f$$

Desta forma, é possível perceber que através desta equação há uma descrição do processo de resfriamento simples de um elemento solúvel, a água, e os elementos acima ilustrados possuem os seguintes significados:

- ✓ T é a temperatura do corpo num determinado instante
- ✓ T_0 é a temperatura inicial do corpo
- ✓ T_f é a temperatura final do corpo
- ✓ t é o tempo contado a partir do momento em que os corpos foram postos em contato
- ✓ k é uma constante determinada experimentalmente e que varia com o material do qual é feito o corpo, sua massa e também a condutividade térmica.

Compreendidos os parâmetros que envolvem a aplicação do modelo matemático de resfriamento de Newton, apresenta-se a seguir a análise de estudo de caso utilizando-se a banana como objeto de observação.

2.3 Relevância do modelo matemático de resfriamento de Newton

A modelagem matemática é compreendida como um processo que busca a interação do pensamento matemático através de fórmulas e teorias e aplicá-los a um problema real pode ser ainda, compreendida como uma estratégia de ensino que possibilita a verificação e avaliação de questões nas mais variadas disciplinas. Lado outro, existe uma série de adversidades que podem ser encontradas durante a aplicação de um modelo matemático tais como:

[...] A modelagem pode ser um processo muito demorado não dando tempo para cumprir o programa todo. [...] O uso de Modelagem foge da rotina do ensino tradicional e os estudantes, não acostumados ao processo, podem se perder e se tornar apáticos nas aulas. [...] A formação heterogênea de uma classe pode ser também um obstáculo para que alguns alunos relacionem os conhecimentos teóricos adquiridos com a situação prática em estudo. [...] Muitos professores não se sentem habilitados a desenvolver modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por

medo de se encontrarem em situações embaraçosas quanto às aplicações de matemática em áreas que desconhecem. (BASSANEZZI, 2002, p. 37 apud, RODRIGUES; FURKOTTER; LOPES, 2019, p. 3).

Estas intercorrências podem ocorrer-nos mais variados tipos de processos, inclusive no modelo sistemático de resfriamento, dentro da Lei de Newton a busca pelo equilíbrio térmico entre o corpo e o ambiente será determinado por uma taxa, denominada de taxa de variação da temperatura assim, dentro desta modelagem matemática deve-se também considerar a diferença entre a temperatura e o meio ambiente (SOARES, 2016).

Dentro deste modelo matemática de Newton o elemento principal escolhido para sua análise fora a água tendo em vista a sua característica de pureza, apresentação das características químicas classificadas como exatas, tais como o calor, a densidade e a variação das temperaturas de ebulição e também a fusão, assim, para análise do processo de resfriamento a água sobre diversas alterações determinadas pela temperatura possibilitando uma análise ampla deste modelo matemático (CARVALHO, 2013).

Para que haja uma aplicação adequada deste método torna-se necessário a realização do resfriamento garantido que será atingida a temperatura de 80°C, em uma pesquisa realizada para aplicar o método matemático de Newton na água apresentou os seguintes parâmetros:

Iniciando a segunda etapa do experimento, de aquecimento, já com o ar condicionado ligado durante algum tempo até que a bancada estivesse montada, foi verificado com um termômetro que a temperatura ambiente era 22°C e já não se alterava mais. Então, em um béquer de 250 ml, adicionamos 200 ml de água natural, junto de algumas pedras de gelo, e deixamos o béquer imerso em um recipiente redondo, também com gelo, para que a temperatura diminuísse. Em seguida, retiramos o béquer do gelo e o gelo que estava junto à água, para termos uma solução homogênea. Se fosse feita a observação da variação de temperatura de uma solução água mais gelo, seria inconsistente e imprecisa já que é uma fase que exige muito mais energia para que o gelo sofra fusão e a temperatura comece a aumentar. Então, rapidamente, adicionamos os 200 ml da água resfriada em outro béquer e constatamos, com auxílio de um termômetro, a temperatura inicial de 3°C (RODRIGUES; FURKOTTER; LOPES, 2019, p. 6).

No decorrer desta pesquisa foi possível compreender que houve uma mudança circunstancial na água, dentro do período de 10 em 10 minutos, levando assim do resfriamento ao aquecimento gradualmente “A comparação dos dados mostrou que quando trabalhamos com os intervalos de 2 minutos há uma diferença

entre os valores obtidos no experimento” (RODRIGUES; FURKOTTER; LOPES, 2019, p. 9) e também os obtidos pela solução da equação do Modelo do Resfriamento de Newton.

Neste artigo, descreve-se uma atividade experimental envolvendo resfriamento e aquecimento de água, que agrega muito conhecimento prático à vida de acadêmicos revelando a possibilidade de utilizar dados reais para processar conteúdos matemáticos ou físicos de forma mais prática e dinâmica. De modo que a utilização de modelos matemáticos vislumbra a possibilidade de começar com atividades experimentais, usando dados para construir gráficos e, em seguida, determinar a função exponencial que os correlaciona com o modelo de resfriamento newtoniano.

Assim, é possível perceber a importância da utilização de modelos matemáticos para aferição da temperatura e como ocorre o processo de resfriamento, destaca-se que a seguir será apresentado um experimento de modo detalhado demonstrando como uma fruta corresponde ao processo de resfriamento.

3 PROCESSO DE RESFRIAMENTO DE UMA BANANA

O trabalho analisado é uma dissertação de mestrado que trouxe diversos aspectos pertinentes ao processo de resfriamento a partir da teoria de Newton, neste sentido, o objetivo deste trabalho foi “estudar, modelar e simular a transferência de calor, nos processos de resfriamento e congelamento de banana com forma de esferóide prolata” (AMORIN, 2016, p. 19).

Destaca-se que a aplicação deste modelo matemático pode ser utilizada em diversas matérias, quando aplicado em frutas ou alimentos em geral o processo de execução requer bastante atenção no sentido de que a má execução do procedimento ocasiona danos irreversíveis ao produto, e as propriedades da fruta ou alimento devem ser mantidas pela temperatura e não prejudicada por elas (SINGH *et al.*, 2016).

Um dos fundamentos apresentados na justificativa do trabalho diz respeito a escassez de produções científicas que tratem sobre o resfriamento e congelamento, isso porque “a maioria dos trabalhos se limitam a estudar o resfriamento poucos são aqueles que adentram na região de mudança de fase, pós congelamento e que utilizaram elementos e volumes finitos” (AMORIN, 2016, p. 20).

Logo no início do trabalho houve a apresentação dos objetivos, justificativa e a delimitação do problema que buscou avaliar os seguintes aspectos: a) Condição de contorno convectiva uniforme ao redor de toda a fruta; b) Fruta homogênea (sem porosidade); c) Processo de congelamento sem secagem (não há transferência de massa); d) Propriedades termo físicas constantes nos períodos de pré e pós congelamento; e) Propriedades termo físicas variáveis na região de mudança de fase; f) Volume constante (AMORIN, 2016).

Destacou-se logo no início do referencial teórico o que uma banana, pois, trata-se de um fruto pertencente à família Musacea, pertencente ao gênero Musa, provavelmente se originou no Vale do Kuk, na Nova Guiné, em 8.000 aC. É uma fruta rica em vitaminas (como a vitamina A), minerais (como fósforo, sódio, potássio, cálcio, magnésio, ferro, cobre, zinco e manganês) e compostos fenólicos, que ajudam a prevenir doenças. Possui uma grande variedade e possui mais de 300 culturas ao redor do mundo. Eles são diferenciados e classificados de acordo com o número de cromossomos presentes e a proporção dos genomas e são provenientes de duas espécies: Genoma A, de Musa acuminata, e Genoma B, de Musa balbisiana. Todas as outras espécies são o resultado da intervenção humana (SINGH *et al.*, 2016).

Logo após foram apresentados dados estatísticos pertinentes a produções mundiais de banana, produção a nível internacional, classificação dos cinco maiores exportadores mundiais de banana, destacando-se uma observação importante, que apesar da riqueza e quantidade de produção da fruta no Brasil, este não consegue realizar uma exportação em larga escala, de modo que ou ocorre um consumo interno que consome a matéria prima ou há uma falha no processo de acondicionamento da fruta que impede a exportação em larga escala (AMORIN, 2016).

Seguindo, adentrou-se no processo de congelamento que fora classificado como um processo que combina os efeitos da redução da temperatura e da conversão da água líquida em sólidos. Segundo Carvalho (2013), a temperatura é inferior a $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$, reduz muito a velocidade das reações químicas e metabólicas e o desenvolvimento de microrganismos (AMORIN, 2016).

Como a maior parte da água cristaliza durante esse processo, a quantidade de água ativa que pode ser usada como solvente da reação no tecido é reduzida e, portanto, a reação ali é reduzida. Mesmo depois que o congelamento acabar, a

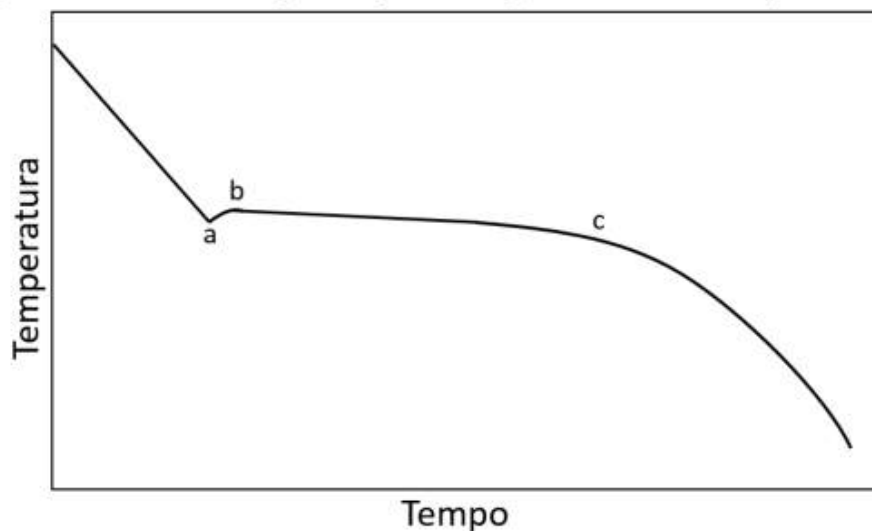
água que não sofreu uma mudança de fase é composta por água livre que não foi convertida em gelo e água de contorno ligada à matriz sólida dos frutos (AMORIN, 2016).

Quando o alimento entra em contato com um ambiente frio (que pode ser sólido, líquido ou gasoso), o processo de congelamento é iniciado. A temperatura diminui de fora para dentro do produto, ou seja, da casca externa do alimento ao núcleo. A troca de calor com a superfície é realizada por mecanismo de convecção, e a transferência de calor do centro para a superfície é realizada por condução (BEZERRA; DOMINGUES, 2020).

Durante este processo, a superfície é a primeira a congelar, criando uma crosta de gelo que se torna gradualmente mais espessa é formada até atingir o centro. É chamada de frente de congelamento e seu movimento depende das condições do processo e a forma, tamanho e propriedades térmicas do produto (BEZERRA; DOMINGUES, 2020).

Veja abaixo a considerada curva do congelamento:

Figura 1. Curva do Congelamento



Fonte: Amorin (2016, p. 28).

Logo acima, apresentou-se uma curva típica consiste em 3 estágios: (1) Resfriamento, a partir da temperatura inicial ponto b; (2) congelamento de b para c; (3) após ou durante o congelamento. A temperatura é c até que o produto e o meio refrigerante atinjam o equilíbrio térmico (SOARES, 2016).

Durante o resfriamento, o material se move da temperatura inicial para a temperatura e começa a congelar (ponto b). Devido à diferença entre a temperatura

inicial da fruta e a temperatura intermediária, essa área é caracterizada por um elevado gradiente de temperatura (SOARES, 2016).

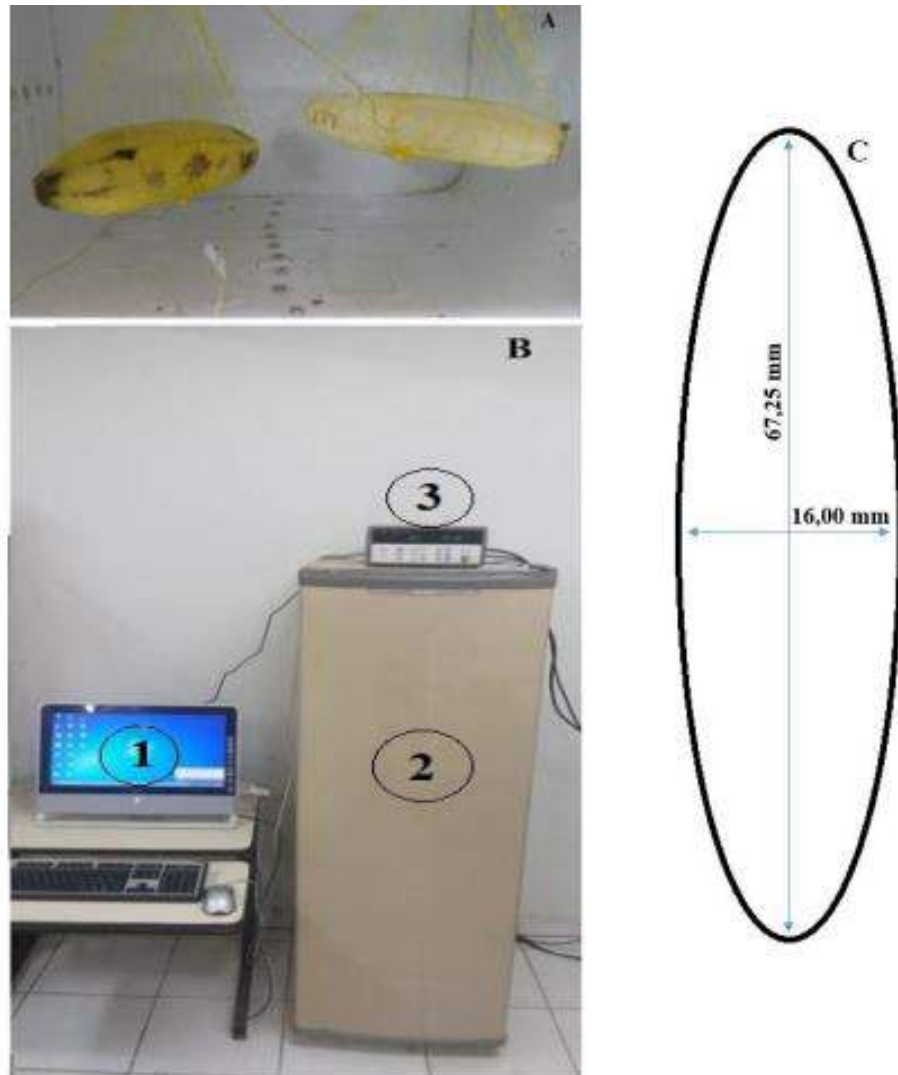
O local onde os vales são formados devido à decadência abaixo da temperatura na qual os cristais de gelo são formados é chamado de super-resfriamento. Quanto menor for a gota, maior será a concentração de partículas sólidas (SOARES, 2016).

A modelagem matemática utilizada trouxe aspectos analíticos, empíricos e numéricos, pois, no método analítico é possível realizar uma apresentação dos resultados de modo contínuo sem, no entanto, esgotar a sua possibilidade de estudo, enquanto o método empírico busca demonstrar as fórmulas estatísticas envolvidas nesse estudo de caso e por fim, a utilização do método numérico busca a obtenção de resultados a partir de equações, fórmulas e estudos, sobretudo a aplicação do método matemático de resfriamento de Newton (AMORIN, 2016).

O coeficiente de transferência de calor convectivo também possui grande contribuição no problema de congelamento. Ele é o fator de proporcionalidade presente na lei do resfriamento de Newton, dada pela Equação 2.4 (INCROPERA et al., 2008): $q'' = h(T_s - T_{amb})$ (2.4) Em que q'' é o fluxo de calor por convecção (W/m^2), T_s a temperatura da superfície, T_{amb} a temperatura do fluido e h o coeficiente de transferência de calor convectivo. O valor de h depende de muitas variáveis do processo, dentre elas: das características do produto (forma e dimensões), da variação da temperatura na superfície, da rugosidade e características do fluxo do fluido (velocidade e turbulência). A dificuldade na análise dessa variável é constatada pela existência de diversas equações, cada uma aplicável a casos específicos, para a obtenção do seu valor. Incropera et al. (2008), apresenta essas equações, sendo elas aplicáveis a certos formatos do corpo em estudo, faixas de número de Reynolds e Nusselt, dentre outras variáveis (AMORIN, 2016, p.37).

A partir da delimitação dos parâmetros metodológicos e numéricos foi estabelecido o experimento que consistiu no congelamento de duas bananas utilizando o congelador como parâmetro para medição da temperatura, uma banana estava com casca e outra sem casca, conforme demonstrado abaixo:

Figura 2. Materiais utilizados no experimento realizado por Amorin



Fonte: Amorin (2016, p. 86)

Percebe-se na imagem a utilização de duas amostras de banana uma com casca e outra sem casca, equipamentos para congelamento um frizer congelador, um computador para medição das variações de temperatura no experimento e ao lado o desenho das proporções da banana. Para avaliar as propriedades como condutividade térmica e coeficiente de transferência foram utilizados os dados numéricos de calor convectivo são comparados com dados experimentais, em que a temperatura no centro do fruto no método do erro quadrático mínimo (Equação 3.85) (AMORIN, 2016).

Primeiro, fora avaliado avalie o tempo de resfriamento: começando com o valor de condutividade, logo após alterando o coeficiente de convecção avaliando o valor ERQM. Quando este valor se o encontrado for maior que o anterior, o

programa imprime o resultado. Depois disso, utilizou-se o valor de h e o valor de k são variáveis, verifique sempre o valor de ERQM. Essas foram às etapas utilizadas no experimento.

Concluiu-se com este experimento que durante as oscilações de temperatura houve diversas discrepâncias e mudanças até que se chegasse ao congelamento e isso comprometeu ambas as bananas, apesar do congelador permanecer fechado faltou uma constância e manutenção da temperatura que era constantemente alterada pelas frutas em questão assim as conclusões do estudo foram às seguintes: a) para que se aplique uma modelagem matemática é necessário interferir em todo o processo de congelamento; b) foram obtidos coeficientes diversos entre as bananas condutividade térmica (k) igual a $0,509 \text{ W / (m } ^\circ\text{C)}$ no período de pré congelamento e de $2,22 \text{ W/(m } ^\circ\text{C)}$ no período de pós congelamento. Coeficiente de transferência de calor convectivo (h) igual a $6,44 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}$ no período de pré congelamento e $5,24 \text{ W/(m}^2 \text{, } ^\circ\text{C)}$ no pós congelamento; c) o tamanho da fruta irá alterar o processo de congelamento e por fim d) o congelamento ocorre das pontas para o centro o que altera as propriedades das frutas.

4 CONCLUSÃO

Este trabalho objetivou apresentar o modelo matemático de resfriamento de Newton levando em consideração a sua aplicação prática, ao longo do trabalho foi possível compreender a importância deste modelo para análise das variáveis que envolvem o processo de resfriamento, através do estudo de caso apresentado concluiu-se que as condições do objeto a ser congelado, seu tamanho, consistência vão impactar de forma direta no resultado final da análise e também na propriedade da fruta.

REFERÊNCIAS

- ALITOLEF, S. S. Algumas Aplicações das Equações Diferenciais. Ji Paraná: UNIR, 2011.
- AMORIM, H. C. Modelagem e simulação da transferência de calor em alimentos com forma esferoidal prolato. Estudo de caso: resfriamento e congelamento de banana. Universidade Federal de Campina Grande. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. p.1-114, 2016.
- BEZERRA, I. C.; DOMINGOS, R. M.C Construção de um Modelo Matemático derivado do acoplamento do Modelo de Resfriamento de Newton e da Dilatação Linear. Revista Semiárido De Visu, Petrolina, v. 8, n. 1, p. 45-54, 2020.
- CARVALHO, A. M. Alguns referenciais teóricos para a construção de sequências de ensino investigativas. Cengage Learning, v. 4, n. 2, p. 1-21, 2013.
- CORRALLO, M, V; DE CARVALHO JUNQUEIRA, Astrogildo. A Lei de esfriamento de Newton utilizando a automatização da tomada dos dados por meio do Arduino. XXI Simpósio Nacional de Ensino de Física, 2015.
- PEREIRA, I, M,; BARBOSA, C, M. Teoria e Prática na Lei de Resfriamento de Newton. Ensino da Matemática em Debate (ISSN 2358-4122), v. 5, n. 1, p. 45-53, 2018.
- PEREIRA, I, M,; BARBOSA, C, M. Teoria e Prática na Lei de Resfriamento de Newton. Ensino da Matemática em Debate (ISSN 2358-4122), v. 5, n. 1, p. 45-53, 2018.
- RODRIGUES, W. M. D.; FURKOTTER, M.; LOPES, M. D. M. Lei do resfriamento de Newton: modelagem matemática e ensino-aprendizagem. Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática – EPREM, v.15, n. 02, p. 1-12, 2019.
- SINGH, B.; SINGH, J. P.; KAUR, A.; SINGH, N. Bioactive compounds in banana and their associated health benefits – A review. Food Chemistry, v. 206, p. 1-11, 2016.
- SOARES, W. A. M. S. A vivência do método científico e a dinâmica de sistemas. Universidade de Brasília. Faculdade UnB Planaltina. Ciências Naturais. Monografia. p.1-30, 2016.