

**Universidade do Estado do Amazonas – UEA**  
**Escola Normal Superior**  
**Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática do Ensino Médio**

**Márcia Júlia Araújo Fonseca**

**POSSIBILIDADES NO ENSINO DE GEOMETRIA  
POR MEIO DAS DOBRADURAS NOS  
PRIMEIROS ANOS DO ENSINO MÉDIO**

**MANAUS-AM**

**2015**

**Márcia Júlia Araújo Fonseca**

**POSSIBILIDADES NO ENSINO DE GEOMETRIA  
POR MEIO DAS DOBRADURAS NOS  
PRIMEIROS ANOS DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática do Ensino Médio, da Universidade do Estado do Amazonas, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática.

Orientador(a): Prof.M.Sc. Marcos Marreiro Salvatierra

**MANAUS- AM**

POSSIBILIDADES NO ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DAS DOBRADURAS NOS PRIMEIROS ANOS  
DO ENSINO MÉDIO

MARCIA JÚLIA ARAÚJO FONSECA<sup>1</sup>

MARCOS MARREIRO SALVATIERRA<sup>2</sup>

**RESUMO:**

Este artigo apresenta resultados de uma proposta de ensino da Geometria Espacial com a utilização do *origami* incluindo-se, portanto, na linha de ensino e aprendizagem de Matemática. A proposta metodológica utilizou elementos de História da Matemática e Resolução de Problemas, metodologias estas já bastante desenvolvidas por estudiosos da área. O projeto foi desenvolvido no período de julho a outubro de 2015 numa escola pública da rede estadual da cidade de Manaus e contou com a colaboração de cinco alunos do 1º ano do Ensino Médio, que trabalharam individualmente os cinco Poliedros de Platão, e com uma turma de alunos do 2º ano do Ensino Médio, que participaram de algumas oficinas. O objetivo principal desse trabalho foi aplicar a técnica do *origami* para a construção dos sólidos platônicos e fazer com que os alunos observem e manuseiem estes sólidos construindo conhecimento. O modelo de Van Hiele serviu como embasamento teórico para nortear o caminho trilhado na busca da construção do pensamento geométrico. Para a coleta de dados junto aos alunos foram realizados questionários que provocavam os alunos a identificar figuras planas e objetos sólidos, seguidos de observações e diálogos relativos à história do *origami* e da Matemática, encerrando com questões que diziam respeito à resolução de problemas envolvendo sólidos geométricos. Foi feito um levantamento estatístico, com base nos questionários, para verificar as dificuldades encontradas pelos alunos com relação aos conteúdos abordados. Uma análise descritiva do discurso e de elementos psicológicos cognitivos e motivacionais extraídos das observações dos diálogos realizados com o alunado forneceu os subsídios para as conclusões obtidas na pesquisa. Por fim percebeu-se, ao término da execução do trabalho, que é possível aliar a técnica do *origami* ao ensino de Geometria Espacial de forma a despertar o interesse do aluno pelo assunto sem comprometer o rigor matemático dos conteúdos.

**Palavras-chave:** Geometria Espacial; *Origami*; Aprendizagem.

---

<sup>1</sup> Aluna do Curso de Especialização em Metodologia de Matemática para o Ensino Médio da Universidade do Estado do Amazonas. E-mail: [marcia\\_j\\_f@hotmail.com](mailto:marcia_j_f@hotmail.com).

<sup>2</sup> Orientador do trabalho apresentado, Prof. Msc da Universidade do Estado do Amazonas. E-mail: [marcosms2004@hotmail.com](mailto:marcosms2004@hotmail.com)

## 1. INTRODUÇÃO

É notório e sabido que alunos do Ensino Médio têm enfrentado dificuldades na aprendizagem de conteúdos referentes a Geometria Espacial. Dessa forma, propostas metodológicas alternativas vêm sendo apresentadas e discutidas para se tentar sanar essas deficiências que se tornam cada vez mais patentes no processo de ensino e aprendizagem (ver GRILLO, 2014 e VIDALETTI, 2009, por exemplo).

É justamente visando essa problemática que foi partejada a ideia de desenvolver o presente trabalho, aliada à nossa experiência docente de mais de dez anos vivenciando a dura realidade que enfrentam professores e alunos no que diz respeito ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Uma das alternativas ao ensino de Geometria Espacial é a utilização do *origami*. Temos como exemplos os trabalhos de Buske (2007), que desenvolveu uma pesquisa baseada no modelo de Romberg sugerindo propostas de ensino de conteúdos relacionados à construção de polígonos e poliedros, e Nascimento (2008), que teve como enfoque a construção de poliedros e a relação de Euler fundamentando-se no modelo de Van Hiele, na Zona de Desenvolvimento Proximal e na Análise Microgenética.

Seguindo então, essa linha, o nosso trabalho apresenta uma proposta metodológica utilizando elementos de História da Matemática e Resolução de Problemas, baseando-se também no modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele objetivando, de maneira geral, aplicar a técnica do *origami* para a construção dos sólidos platônicos e fazer com que os alunos observem e manuseiem estes sólidos construindo o conhecimento necessário para prosseguirem nas suas vidas acadêmicas.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### O modelo de Van Hiele

O modelo apresentado pelo casal Van Hiele (GRAVINA, 2001) propõe cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: **nível zero** (o da visualização); **nível um** (o da análise); **nível dois** (o da dedução informal); **nível três** (o da dedução formal); **nível quatro** (o do rigor). De acordo com o modelo, existe uma hierarquia nos níveis de pensamento geométrico, ou seja, o aluno só pode passar para um nível após ter atingido todas as competências exigidas no nível anterior.

No entanto, o professor pode colaborar para que ele atinja as condições necessárias para efetuar essa passagem. A experiência é considerada um aspecto imprescindível para o avanço nos níveis de raciocínio geométrico. Quanto mais variadas forem as respostas dos alunos, mais rica será a discussão e isso possibilitará o avanço. Não basta que o professor explique as atividades para o aluno. O aluno tem que ser submetido ao desafio de resolver as questões do seu jeito.

### História da Matemática

A História da Matemática é uma ferramenta que possibilita a contextualização, a representação da Matemática em linguagem simbólica e o auxílio no conhecimento matemático, ajudando o aluno a compreender métodos e fórmulas usadas na Matemática hoje. Um bom programa de História da Matemática (SANTOS, 2007) é aquele capaz de responder as questões norteadoras: Por que isso não foi descoberto/criado antes? A partir de que problemas esse tema se desenvolveu? Quais eram as forças que o impulsionavam? Por que foi essa descoberta/criação tão importante? Por que foi ela praticamente não notada pelos seus contemporâneos (não matemáticos) e continua assim até hoje?

Estudiosos do assunto argumentam que um programa formulado nas cinco questões acima reconhece que a História da Matemática deve ser conhecimento integrado, mais guiado pela História que pela Matemática, analisando mais os processos que os produtos. Também exortam que existe o perigo de se fazer uma história anedotária: notas históricas em livros escolares muitas vezes são pequenas histórias, isoladas, muitas vezes enganadoras e mais entretenimento que verdades. Porém,

é possível se fazer da História da Matemática algo interessante e atrativo, evitando todas essas distorções. Contextualizar não quer dizer apresentar um texto menos rigoroso, impreciso e “aliviado” da Matemática correta.

### **Resolução de Problemas**

A Resolução de Problemas é uma metodologia pela qual o estudante tem a oportunidade de aplicar os conhecimentos matemáticos já adquiridos em novas situações de modo a resolver um problema proposto (POLYA, 1995). É uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, que cria no aluno a capacidade de desenvolver o raciocínio matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação.

Existem quatro etapas principais na resolução de um problema: compreender um problema; elaborar um plano; executar o plano; fazer o retrospecto ou verificação. Essas etapas não precisam ser rígidas – a Resolução de Problemas não se limita a seguir regras, como se fosse um algoritmo, é apenas uma orientação que ajuda aqueles que se dedicam a resolver um problema.

### **Parâmetros Curriculares Nacionais**

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática-PCN's (BRASIL, 1997), o ensino da geometria pode levar o aluno a estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas, se partir da exploração de objetos do mundo físico, como obras de artes, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato.

Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino da Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode ocorrer por meio de atividades em que ele possa explorar formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teias de aranha, ou formas em obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc. (BRASIL, 1997, p. 128).

Desse modo sugere dinamizar e utilizar a criatividade no seu processo de ensino, propondo atividades com dobraduras, modelagem de formas em argila ou massa, construção de maquetes entre outras. Os PCN's ainda destacam a importância de atividades de visualização de formas geométricas na natureza e nas criações humanas.

### 3. METODOLOGIA DA PESQUISA

Para o desenvolvimento do trabalho foi aplicada uma proposta metodológica que utilizou elementos de História da Matemática e Resolução de Problemas. O projeto foi desenvolvido no período de julho a outubro de 2015, numa escola pública da rede estadual, localizada na zona Centro Sul da cidade de Manaus-AM, no turno matutino, e contou com a colaboração de 5 alunos do 1º ano do ensino médio, com uma faixa etária entre 15 e 17 anos de idade, que trabalharam individualmente os 5 Poliedros de Platão, e com uma turma de alunos do 2º ano do ensino médio, com idade entre 17 a 19 anos, que participaram de algumas oficinas.

A pesquisa foi qualitativa, e para o seu desenvolvimento, foi aplicado um questionário, para provocar os alunos a identificar figuras planas e objetos sólidos.

Em seguida foi proposto aos alunos do 1º ano, para que fizessem estudos sobre a história e construção de sólidos geométricos, mais precisamente, os 5 Poliedros de Platão, através do *origami*.

Após isso, foi-lhes aplicado uma espécie de teste, para avaliar o conhecimento adquirido, contendo 10 questões, que tratavam de reconhecimento das propriedades de figuras geométricas planas e espaciais, e 5 que envolviam cálculos de áreas.

Em seguida foram oferecidas oficinas para que os níveis de desenvolvimento da teoria de Van Hiele fossem observados na construção dos poliedros através das dobraduras de papel. Participaram dessas oficinas alunos do 2º ano do ensino médio onde os ministrantes foram os 5 alunos participantes do trabalho. Aí foram oferecidos estudos históricos sobre a origem da geometria e do *origami* através de documentários.

Depois foi lhes proposto a demonstração da construção dos poliedros através do *origami* e sempre mostrando as figuras planas que iam se formando, como os estudos de cálculos de áreas, retas e ângulos, até chegar a conclusão dos poliedros os quais os mesmos em seguida com orientação dos ministrantes das oficinas fizeram suas próprias construções.

Ao fim das oficinas, foi aplicado aos alunos do 2º ano o mesmo teste aplicado aos alunos do 1º ano.

Além dos questionários aplicados foi utilizado também matérias para observação participante como câmera de vídeo e máquina fotográfica.

#### 4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

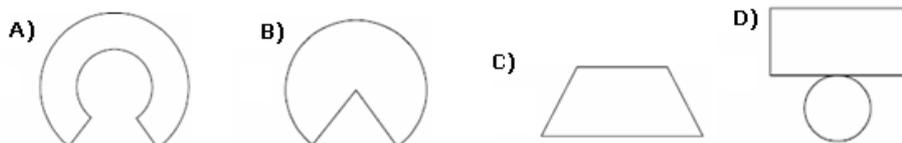
A proposta aplicada, desde os momentos iniciais, encontrou grande receptividade junto aos educandos e no decorrer da mesma, puderam demonstrar seus interesses, não havendo problemas relacionados à indisciplina; com a participação de todos os alunos.

Uma das questões contidas no questionário foi: “Uma fábrica de móveis lançou um modelo de cadeira cujo encosto tem a forma de um quadrilátero com dois lados paralelos e dois não paralelos e de mesmo comprimento. O modelo de cadeira que foi lançado pela fábrica tem o encosto das cadeiras na forma de um:”

- (A) losango.
- (B) paralelogramo.
- (C) trapézio isósceles.
- (D) trapézio retângulo.

Desta questão percebeu-se que os alunos tiveram certa dificuldade em diferenciar o losango do trapézio isósceles, por falta de suporte visual das figuras.

Outra questão foi: “Ao fazer um molde de um copo, em cartolina, na forma de cilindro de base circular qual deve ser a planificação do mesmo”.



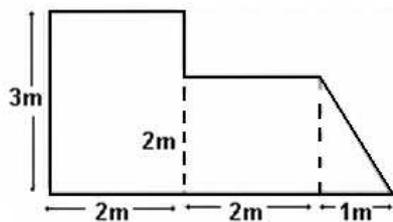
Nesta questão os alunos apresentaram dúvidas entre a alternativa b e d, mesmo tendo o suporte visual, mas por se tratar de base circular, os alunos não atentaram que se tratava de uma planificação.

Assim, com a utilização do *origami*, foi possível aos alunos, identificar o significado das linhas, formas e espaço, permitindo a compreensão e assimilação dos conteúdos geométricos trabalhados, além de desenvolver suas habilidades, como inteligência lógica, coordenação motora e social, comprovando que *origami* pode servir como uma ferramenta metodológica diferenciada para o ensino de Geometria Plana e Espacial.

Ao término das atividades, foi observado o contentamento dos alunos com a proposta aplicada, destacando que tiveram um aprendizado significativo e que passaram a ter uma visão nova de Geometria. A utilização do *origami* mostrou que a arte de dobrar papel não seria utilizada apenas

para diversão, mas sim, para a aprendizagem dos conteúdos geométricos. Mediante tal posicionamento, foi possível identificar que houve uma compreensão imediata por parte dos alunos, que foi comprovado mediante o segundo questionário aplicado após a conclusão da oficina.

Segue o exemplo de uma das questões do segundo questionário: “Josefa quer revestir o piso da cozinha de sua casa. A forma desse cômodo é bastante irregular: veja, abaixo, a planta da cozinha.

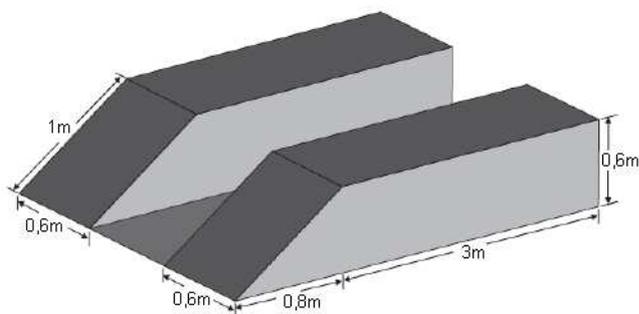


Ela precisa saber quanto mede a área total da cozinha para comprar o piso. Essa área é igual a:

- (A)  $1 \text{ m}^2$
- (B)  $4 \text{ m}^2$
- (C)  $6 \text{ m}^2$
- (D)  $11 \text{ m}^2$

Questão essa que apresentou um maior número de acerto por parte dos alunos, pois já haviam utilizado figuras planas na oficina com a construção de *origami*.

Partindo para os sólidos geométricos foi proposto algumas questões do tipo: “As rampas de um lava jato estão representadas abaixo.”



O volume das duas rampas, em metros cúbicos, mede

- A) 1,080
- B) 1,224

C) 1,728

D) 2,160

E) 2,448

Como os alunos já haviam construído os poliedros, ficou mais fácil a compreensão e o acerto da questão.

Isso tudo isso ajudou a verificar os 5 níveis da Teoria de Van Hiele, onde, primeiramente, antes de iniciar a construção dos sólidos geométricos, precisa-se de quadrados perfeitos de dimensão iguais. Com isso os alunos puderam identificar as figuras geométricas percebendo diferenças e semelhanças presentes nelas, nível de visualização.

Após a isso, os alunos foram capazes de observar e descrever as figuras apresentadas nas dobraduras do papel, onde se dá o segundo nível, a análise.

Ao trabalhar com dobraduras, os alunos descreveram as formas geométricas encontradas, como losango, triângulo, retângulo, quadrado, entre outras, o que caracteriza o nível de ordenação.

Já os alunos que tiveram a capacidade de demonstrar que, por exemplo, um quadrado era denominado desta forma por obter quatro lados iguais, encontraram-se no nível de dedução.

Porém, para quem não estuda as especificidades da matemática, raramente alcançará o nível de rigor.

Após a compreensão dos alunos sobre as formas encontradas nas dobraduras, partimos para a construção dos sólidos, utilizando as peças confeccionadas pelos mesmos, como tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e por fim a figura com o maior grau de dificuldade em sua construção, o icosaedro.

A seguir, apresentamos figuras, que demonstram o resultado do trabalho realizado.

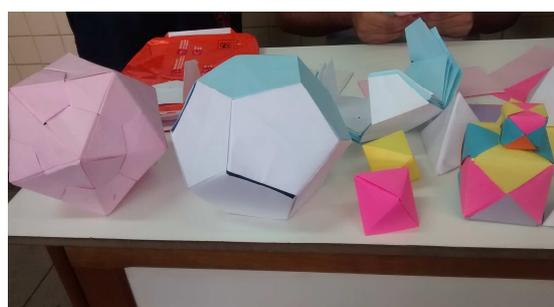


Figura 2: Os 5 Poliedros de Platão construídos na oficina com o *origami*

Figura 1: Oficina de construção de Poliedros

com *origami*

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A geometria está presente no nosso dia a dia, e por fazer parte dele é que se torna de grande importância seu estudo. Convivemos diariamente com ideias de altura, volume, largura, e os *origamis* auxiliam nessa exploração.

A oficina nos possibilitou interagir com diferentes metodologias de trabalho e aplicação de conceitos, fórmulas e figuras, pois conseguimos ir além das figuras geométricas, construídas em papel, buscamos suas relações com o ensino da Matemática. A técnica desenvolvida despertou grande interesse nos participantes, no momento em que se tornou algo dinâmico, pois possibilitou o manuseio e montagem das peças e diferentes figuras com elas, podendo assim elaborar a construção das fórmulas. Nossa expectativa era possibilitar um maior entendimento da parte dos alunos quanto à Geometria, e que esta os permita construir figuras e, a partir delas, chegarem as suas próprias conclusões quanto aos conceitos matemáticos envolvidos.

Pudemos destacar que a utilização do *Origami*, como recurso metodológico, levou os alunos a perceberem que, o número de vértices e de faces em alguns poliedros era o mesmo.

A relação de Euler ( $V + F = A + 2$ ) foi observada pela maioria dos alunos, quando pedíamos que acrescentassem uma coluna para anotar a soma dos vértices com as faces para compará-los com o número de arestas.

O professor necessita conhecer várias possibilidades de trabalho em sala de aula e deve procurar motivar o seu aluno, pois a falta de estímulo interfere na aprendizagem e, para que a mesma ocorra, é necessário continuidade, esforço e ter motivos para esforçar-se.

Os resultados da pesquisa revelam que é de suma importância o trabalho com recursos metodológicos que incentivem a criatividade, e que trabalhe com o lúdico, podendo assim com esses recursos eliminar grande parte das deficiências de aprendizagem presentes nos estudantes.

Recomendamos que o professor procure qualquer livro sobre o assunto e que a sua disposição para com os alunos faça com que o mesmo, exerça as atividades que lhe forem mais convenientes. Não se esquecendo do principal objetivo da atividade, que é a assimilação do conhecimento Geométrico.

## 6. REFERENCIAS

- AUSUBEL, D. P. Psicologia Educacional. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- D'AMBROSIO, U. Um enfoque transdisciplinar à Educação e à História da Matemática. In: BICUDO, M. A., BORBA, M. C. (orgs.). Educação Matemática: Pesquisa em movimento. p.13-29, São Paulo: Cortez, 2004.
- KASAHARA, K. Origami Omnibus. Tokio: Japan Publications, 1988.
- KODA, Y. Origami. Traduzido por Akiko Kunihara Watanabe e revisto por Rafael Almir Marcial Tramm. São Paulo: Aliança Cultural Brasil-Japão, 1986. (Caderno de cultura japonesa).
- MEISSNER, H. Encapsulation of a process in Geometry. In: Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 25., 2001, Utrecht. Proceedings..., v.3, Utrecht, 2001.
- MENESES, R. S. Uma história da Geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- MILROY, W. An ethnographic study of the mathematical ideas of a group of Carpenters. Learning and Individual Differences. v. 3, n. 1, p. 1-25, 1991.
- NASSER, L. A construção do pensamento geométrico. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 6., 1998. São Leopoldo. Anais... São Leopoldo: UNISINOS, 1998.
- PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. Zetetiké, Campinas, ano 1, n. 1, 1993.
- PIAGET, J., INHELDER, B. A representação do espaço na criança. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.
- POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2 ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p.
- RÊGO, R. G., RÊGO. R. M., GAUDENCIO JUNOR, S. A Geometria do origami: atividades de ensino através de dobraduras. 1. ed. João Pessoa: Editora universitária da UFPB, 2003. 148 p.
- SANTOS, C. A. A História da Matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – PUC, São Paulo, 2007.
- VAN HIELE, Pierre Marie. Structure and insight: a theory of mathematics education. Orlando, USA: Academic Press, Inc. 1986. 246 p.
- VIDALETTI, V. B. B. Ensino e aprendizagem da Geometria Espacial a partir da manipulação de sólidos. 2009. Dissertação (Mestrado Profissionalizante no Ensino de Ciências Exatas) – UNIVATES, Lajeado, 2009.