

**Universidade do Estado do Amazonas – UEA**

**Escola Normal Superior**

**Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática do Ensino Médio**

**JOÃO DA CRUZ RIBEIRO**

**APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NO ENSINO  
APRENDIZAGEM DE MÁXIMOS E MÍNIMOS  
DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NA 1ª SÉRIE DO  
ENSINO MÉDIO**

**Manaus**

**2015**

**João da Cruz Ribeiro**

**APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NO ENSINO  
APRENDIZAGEM DE MÁXIMOS E MÍNIMOS  
DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NA 1ª SÉRIE DO  
ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática do Ensino Médio, da Universidade do Estado do Amazonas, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática.

Orientador(a): Prof.<sup>a</sup> Dra. Neide Ferreira Alves

**MANAUS-AM**

**2015**

## RESUMO

Com o intuito de melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática nas Escolas Públicas, buscando investigar, tornar mais compreensível e interessante o estudo da Função Quadrática nos pontos de Máximo e Mínimo utilizando ferramentas tecnológicas como o programa GEOGEBRA. Desta forma, atrair e despertar o interesse dos alunos e conseqüentemente o conhecimento à aquisição de competências, consolidando a preparação para o exercício da cidadania e propiciando a formação básica para o trabalho, a luz das Diretrizes Curriculares do Ensino Médio. A pesquisa foi feita no mês de julho de 2015 na Escola Estadual Antônio Lucena Bitencourt na 1ª série do Ensino Médio, consta de duas situações-problemas voltadas para Economia (despesas e lucros) e o Esporte (distância máxima de um arremesso). Dada duas funções, os alunos resolveram algebricamente e confirmaram, visualizando os resultados algébricos e gráficos no computador, por meio do programa GEOGEBRA, proporcionando assim uma melhoria na aprendizagem dos alunos, visto que os mesmos tiveram a oportunidade de visualizar de maneira concreta o resultado do problema.

**PALAVRAS-CHAVE:** Função quadrática; Máximo e Mínimo; Geogebra.

## 1. INTRODUÇÃO

A definição do tema do trabalho surge a partir das dificuldades encontradas pelos alunos de fazer cálculos algébricos, e baixos rendimentos em avaliações oficiais externos, como, por exemplo, Olimpíadas Brasileiras de Matemática (OBMEP) e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Assim sendo, o foco da pesquisa baseou-se em situações-problemas presentes em várias áreas do conhecimento que podem ser resolvidos através dos Máximos e Mínimos de uma Função Quadrática.

A dificuldade encontrada pelos alunos na resolução de um problema com máximos e mínimos de uma função quadrática consiste na incapacidade dos mesmos em visualizar o gráfico e os principais elementos dessa função, impossibilitando assim a sua análise.

Apresente pesquisa tem como objetivo capacitar ao alunoa uma reflexão sobre o processo de construção do conhecimento, considerando a aquisição de saberes e o

---

<sup>1</sup> Aluno do curso de Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática do Ensino Médio da Universidade do Estado do Amazonas-UEA. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Amazonas-UFAM; Docente na Escola Estadual Antônio Lucena Bitencourt e da Escola Estadual Adalberto Vale/SEDUC; E-mail: jcribeiro1037@gmail.com.

<sup>2</sup> Professora Doutora do Curso de Matemática, da Escola Normal Superior, da Universidade do Estado do Amazonas-UEA. E-mail: nfalves@uea.edu.br

desenvolvimento das habilidades necessárias para o aprimoramento das competências exigidas, e também a resolver situações-problemas do dia a dia envolvendo conteúdos trabalhados na disciplina de Matemática no Ensino Médio. Assume assim, um caráter interdisciplinar.

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2012), em seu artigo 8º, Parágrafo 1º:

O currículo deve contemplar as quatro áreas do conhecimento, com tratamento metodológico que evidencie a contextualização e a interdisciplinaridade ou outras formas de interação e articulação entre diferentes campos de saberes específicos.

A sociedade hoje passa por profundas transformações tecnológicas alterando a maneira das pessoas se relacionarem uma com as outras, sendo assim o processo ensino aprendizagem sofre também essa transformação de forma que as pessoas se organizam e interagem com essas mudanças.

Na educação escolar, entendemos que só o uso do caderno, lápis e quadro branco não terá muito significado para o jovem aluno no saber escolar, pois a tecnologia tem um impacto cada vez maior na vida de todos os indivíduos. O professor não é mais o único meio de acesso às informações, contudo, ele direciona o uso dos recursos tecnológicos no manuseio de máquinas de última geração, manuseio esse que muitos dos alunos já conhecem. Nesse contexto, o professor além de ter conhecimento técnico e científico a que se propõe a ensinar, ele deve ser comprometido politicamente com o que faz.

O processo de ensino se constitui pela união de atividades do professor e dos alunos, mas para esse aprendizado seja eficaz é necessário que haja uma combinação entre os objetivos, conteúdos que determinarão quais métodos serão utilizados de forma planejada e organizada.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Os avanços tecnológicos têm ocorrido de maneira muito rápida, influenciando direta ou indiretamente a vida das pessoas, como se nota pelos celulares, tablets, entre outros, que são lançados quase diariamente. Esses aparelhos têm diversos recursos para atender às necessidades dos usuários, que precisam aprender a manuseá-los para usufruir de tudo o que eles oferecem.

A interação do indivíduo com suas tecnologias tem transformado profundamente o mundo e o próprio indivíduo (SANCHO, 1998).

Associando a Tecnologia a Educação os alunos terão a oportunidade de vislumbrar na prática os gráficos das situações- problemas calculados algebricamente na sala de aula.

Segundo alguns autores, como Borba e Penteado (2003), as tecnologias fazem o efeito de medição, articulando-se com as pessoas na produção do conhecimento.

A aprendizagem significativa, parte do princípio de que todos os alunos possuem a potencialidade para aprender e o que os diferencia são seus percursos de aprendizagem.

### **1.1. Processo de Transformação da Educação**

A Educação no Brasil vem passando por um processo de reformulação curricular que teve início com a com a aprovação da Lei de Diretrizes e Bases para a Educação Nacional (LDBEN) de 1996, ratificada e regulamentada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), com o objetivo de melhorar o ensino as novas condições socioeconômicas e culturais impostas pela sociedade atual.

A renovação curricular do Ensino Médio vem sendo modificada conforme as novas exigências tecnológicas da sociedade. É um processo que está em pleno curso, tornando necessário a ampliação das ofertas de disciplinas e de modalidades de ensino, como define as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2012), em seu artigo 7º:

[...] A organização curricular do Ensino Médio tem uma base nacional comum e uma parte diversificada que não devem constituir blocos distintos, mas um todo integrado, de modo a garantir tanto o conhecimento e saberes comuns necessários a todos os estudantes, quanto uma formação que considere a diversidade e as características locais e especificamente regionais. [...]

### **1.2. Tecnologia: ferramenta na Educação**

Desde de a época primitiva, o homem vem se relacionando com a natureza através da utilização de ferramentas para sua sobrevivência e aprimoramentos de utensílios.

Estas atitudes são exemplos de que a tecnologia esteve sempre presente na vida do ser humano, sendo de fundamental importância para o desenvolvimento do homem, seja ele no ambiente social, profissional e educativo.

Do ponto de vista educacional cabe ao professor o papel de mediador na utilização das tecnologias, relacionando a melhoria da aprendizagem de forma crítica e reflexiva, não podendo ignorar que os alunos já possuem domínio sobre essa tecnologia.

O ensino estabelece uma troca de conhecimentos em que o aluno e o professor aprendem mutuamente.

Nesta perspectiva, as tecnologias devem ser inseridas nas aulas, possibilitando um contínuo processo de ensino entre os membros envolvidos nesta dinâmica de informação e troca de saberes.

[...] O professor do futuro deve saber lidar com a tecnologia, essa não pode ser encarada como concorrência, mas como aliada a sua prática. Toda a utilização de tecnologia aplicada ao ensino deve ser baseada na opção pedagógica selecionada pelo professor. Assim, além de saber usar um recurso tecnológico, o professor deverá ser capaz de avaliar o potencial pedagógico deste recurso de acordo com a sua própria concepção (MORAES et al., 2011, p.02).

A educação é um ambiente onde podemos articular o conhecimento e a tecnologia com o propósito de aprimorar novos meios e avanços tecnológicos.

Alguns exemplos de tecnologia utilizada pelos chineses, era o ábaco, instrumento de cálculo formado por uma moldura com bastões, com os quais os primórdios usavam para resolver operações. Nos dias atuais, podemos observar que houve um avanço surpreendente pois dispomos de aparelhos capazes de transformar profundamente o mundo e o próprio indivíduo. Concluímos que a tecnologia é uma ferramenta muito importante no auxílio da educação.

### **1.3.Contextualização e Interdisciplinaridade**

Com o objetivo de produzir um conhecimento efetivo e eficaz, o educador organiza o aprendizado de sua disciplina, ao manifestar a busca da interdisciplinaridade e contextualização. Esses métodos são capazes de subsidiar o aprendizado do aluno, em especial o do Ensino Médio que deve proporcionar um aprendizado útil à vida e ao trabalho. Conforme cita os PCNEM, (2000).

O critério central é o da contextualização é o da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamentos matemáticos, ou, ainda a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como a sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (PCNEM, 2000, p. 43).

Com base nos direcionamentos dos PCNEM, a interdisciplinaridade permite uma nova postura diante do conhecimento e também uma mudança de atitude em diferentes contextos para garantir a construção do conhecimento globalizado e transpasse os limites das disciplinas.

Interdisciplinar e Contextualizar são atitudes de busca pelo conhecimento, os alunos aprendem a trabalhar o coletivo, fazendo a interação entre os conceitos

aprendidos das diferentes disciplinas e desenvolvem a capacidade de argumentar e organizar as informações, de acordo com Tomas ().

[...] A interdisciplinaridade poderia ser alcançada quando o conhecimento de várias disciplinas é utilizado para resolver um problema ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista [...].

### **3. METODOLOGIA**

Neste trabalho foi feita uma pesquisa ação com características quantitativa e utilizou-se de instrumentos, para coleta de dados, de atividades voltadas para resolução de situações problemas, em cada atividade haviam 10 questões, para as quais foram atribuídas notas de zero a dez.

A presente pesquisa foi feita na 1ª série do Ensino Médio da Escola Estadual Antônio Lucena Bitencourt localizada na Av. Adalberto Vale, Morro da Liberdade – Manaus, nas turmas 1 e 2 do turno noturno, os alunos tem entre 14 e 18 anos de idade.

Para a coleta de dados foram realizadas atividades na referida escola, sobre o assunto função quadrática. As atividades foram compostas por três momentos distintos: (1) apresentação de conteúdos e aplicação de atividade diagnóstico, em sala de aula; (2) apresentação e resolução de duas situações-problemas, no laboratório de informática; (3) aplicação de atividade diagnóstico, em sala de aula.

No primeiro momento foi feita uma apresentação e definição do conteúdo Função Quadrática. Em seguida, resoluções de exemplos contendo Máximos e Mínimos. Como próxima atividade foi apresentado aos alunos o *software* GeoGebra, no laboratório de informática, com a resolução de um mesmo exemplo da aula expositiva, mostrando assim de maneira gráfica a resolução do problema. Ainda no laboratório de informática, os alunos resolveram duas situações-problemas. Por fim, em um terceiro momento foi feito um outro diagnóstico em sala de aula.

Como instrumento de análise dos dados foram construídos tabelas e gráficos dos dados coletadas durante as atividades.

### **4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS**

O processo iniciou-se, para as duas turmas, com a apresentação e definição do conteúdo: Máximo e Mínimo de uma Função Quadrática. Em seguida, foram feitas

resoluções de exemplos e exercícios de fixação, contendo duas situações-problemas voltados para interdisciplinaridade nas áreas de Economia (lucros e perdas) e Esporte (o alcance de uma bola chutada numa partida de futebol). Além das resoluções algébricas na sala de aula ao ser dadas as funções quadráticas das duas situações, foram feitos os dois gráficos no quadro branco destacando os pontos de Máximo e Mínimo das funções, mais os pontos  $x_1$  e  $x_2$  que são as raízes da função. Em seguida foi feita uma Avaliação Diagnóstica inicial para avaliar a absorção do conteúdo aplicado.



A avaliação foi feita através de uma prova objetiva, composta por 10 questões, com intuito de verificar a evolução do pensamento matemático, as capacidades e competências desenvolvidas na resolução de problemas, a criatividade, a organização, o desenvolvimento do raciocínio e da análise.

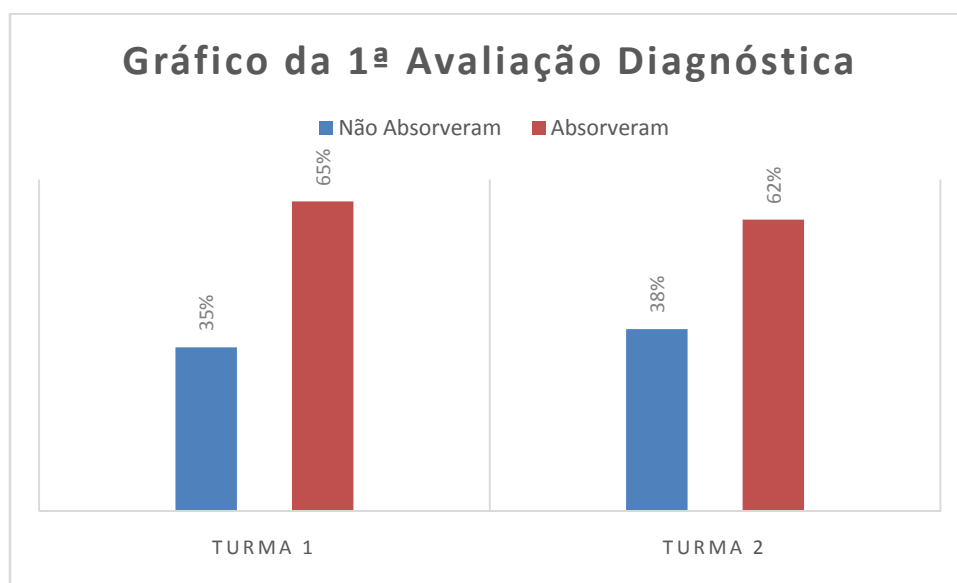
Na Tabela 1 tem-se o número de total de alunos de cada turma, o número de faltosos e dos que participaram. Destaca-se ainda a quantidade dos que absorveram e a quantidade dos que não absorveram a atividade, ou seja, ficaram com média abaixo de 5. O número de absorção representa a quantidade de alunos que obtiveram na avaliação nota igual ou superior a 5, ou seja, absorção de 50% do conteúdo, mas a média da escola é 6.



**Tabela 1 - 1ª Avaliação Diagnóstica: absorção dos conteúdos aplicados em sala de aula.**

Turma	Nº Total de Alunos	Nº de Faltas	Nº de Alunos que não Absorveram o conteúdo	Nº de Alunos que Absorveram o conteúdo
1	30	4	9	17
2	29	3	10	16

O gráfico apresentado na Figura 1 exibe o percentual de absorção e não absorção das duas turmas na primeira atividade feita em sala de aula. Percebe-se que em média o percentual de absorção ficou em torno de 60% e o de não absorção em torno de 40%.



**Figura 1 - Resultados da 1ª Avaliação Diagnóstica**

Em um segundo momento, os alunos foram para o laboratório de informática. Eles foram divididos em grupos de cinco e fizeram uma revisão algébrica de duas situações-problemas, e no laboratório, por meio do software GeoGebra, visualizaram graficamente as funções quadráticas permitindo um melhor aprendizado. As situações problemas estão descritas a seguir.

### **Situação-Problema 1:**

O lucro (ou prejuízo)  $L$  de uma pequena empresa é calculada pela diferença entre a receita  $R$  e o custo  $C$ . Nessa empresa, a receita e o custo são dados, respectivamente, pelas funções  $R(x) = 180x - x^2$  e  $C(x) = 30x + 1200$ , em reais, em que  $x$  representa a quantidade vendida mensalmente de determinados itens.

- Determine a função lucro  $L$ .
- Quantos itens devem ser vendidos nessa empresa para que o lucro seja máximo?
- Qual é o lucro máximo dessa empresa, em reais?

Obs.: Receita é o valor total que é recebido ou arrecadado.

Solução da situação-problema 1.

a) Foi proposto aos alunos a determinação da função Lucro, que é feito na subtração das funções Receita e Custo:

$$L_{(x)} = R_{(x)} - C_{(x)} = -x^2 + 150x - 1200.$$

b) Para o número máximo de itens vendidos os alunos aplicaram a seguinte relação:  $X_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-150}{2 \cdot (-1)} = 75$ .

c) Para o lucro máximo dessa empresa foi aplicada a relação:  $L_{(x)} = -x^2 + 150x - 1200$ , para  $x = 75$ ,  $L_{(75)} = 4425$ .

No Laboratório de Informática, conforme Figura 2, os alunos construíram e analisaram o gráfico, com o *software* GeoGebra, da solução-problema 1, conforme Figura 2. Na construção do gráfico foi necessário dividir a função Lucro por 100, para torná-la mais visível, a Figura 3 apresenta o gráfico da solução-problema 1.



Figura 2- Lab. de Informática: alunos visualizando o gráfico da função do Problema 1.

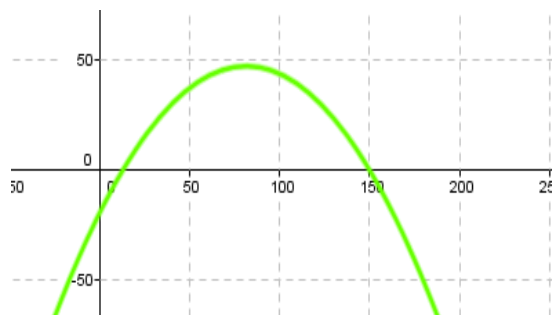
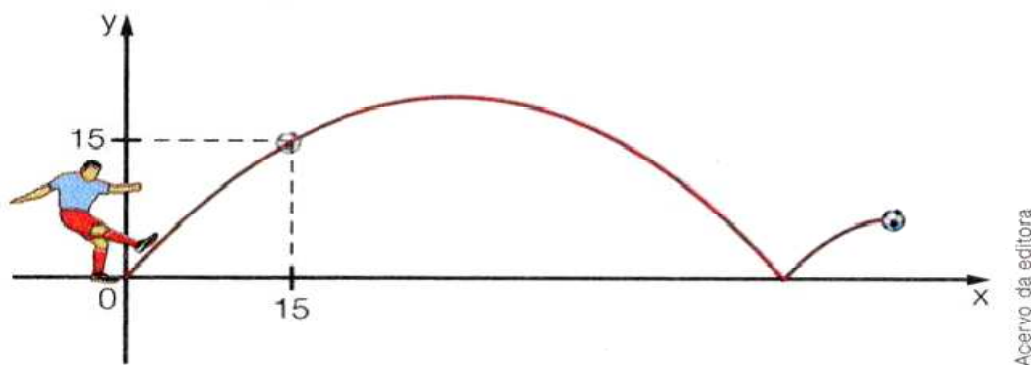


Figura 3-Gráfico da Solução-Problema 1.

### Situação-Problema 2:

Em uma partida de futebol, ao ser chutada por um jogador, a bola descreveu, até tocar ao solo, uma trajetória definida pela função  $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{45}x^2$ , em que  $y$  corresponde à altura da bola em relação ao solo após ter percorrido horizontalmente uma distância  $x$ . Observando o esquema e considerando as medidas  $x$  e  $y$  em metros, qual a distância que essa bola percorreu até tocar o solo pela 1ª vez? A Figura 4 exemplifica o referido problema.



**Figura 4- Imagem representando o alcance do chute de uma bola.**

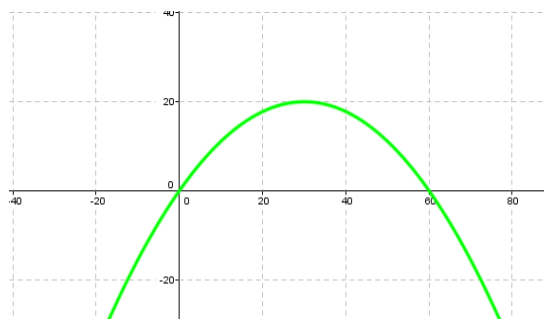
Fonte: Souza (2013, p. 127)

Solução da situação-problema 2.

Foi proposto aos alunos que calculassem a distância percorrida pela bola até atingir o solo, conforme Figura 5, observa-se que o chute partiu da origem, fazendo  $y=0$ , na função  $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{45}x^2$ , temos:  $\frac{60x - x^2}{45} = 0 = 60x - x^2$ ,  $x = 60$  metros.



**Figura 5- Lab. de Informática: alunos visualizando o gráfico da função do Problema 2.**



**Figura 6-Gráfico da Solução-Problema 2.**

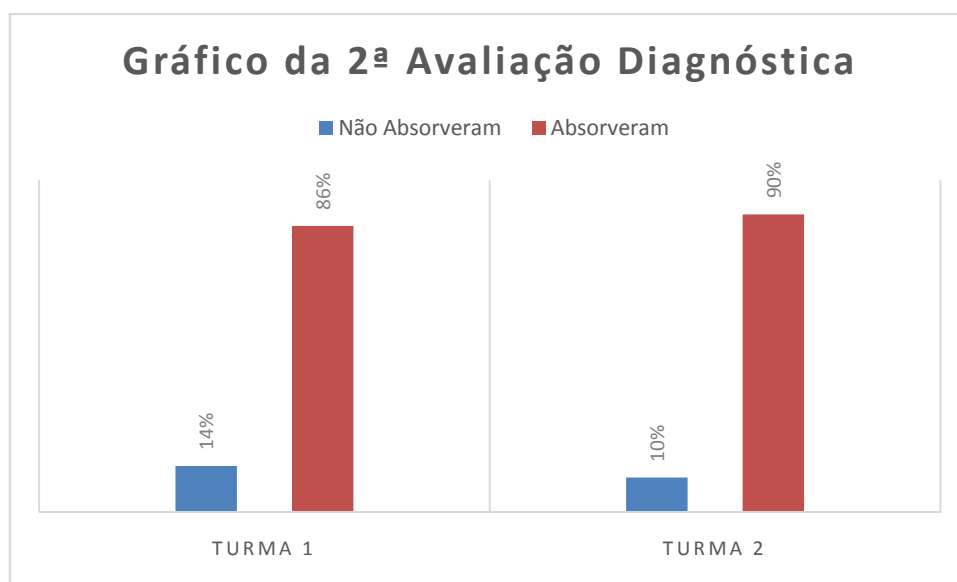
No Laboratório de Informática os alunos tiveram como visualizar graficamente as duas situações-problemas que foram calculadas algebricamente, observou-se o interesse de cada um, em manusear o computador e constatarem que os cálculos anteriores coincidiam com os pontos de Máximos e Mínimos dos gráficos das duas funções dadas no problema.

Em um terceiro momento, após a aula no Laboratório de Informática, foi feita a 2ª avaliação diagnóstica, nesta foi possível observar uma boa melhoria na absorção do conteúdo, como mostra aTabela 2. Analisando a referida tabela observa-se que houve uma sensível melhora no aprendizado, atribui-se a isso, o *software*GeoGebra, pois o mesmo mostrou uma nova forma de conhecimento que é do campo visual, onde o aluno sem perceber vai se envolvendo e tirando suas próprias conclusões.

**Tabela 2 - 2ª Avaliação Diagnóstica: absorção dos conteúdos aplicados no Laboratório de Informática.**

<b>Turma</b>	<b>Nº Total de Alunos</b>	<b>Nº de Faltas</b>	<b>Nº de Alunos que não Absorveram o Conteúdo</b>	<b>Nº de Alunos que Absorveram o Conteúdo</b>
1	30	1	4	25
2	29	0	3	26

O gráfico apresentado na Figura 7 exibe o percentual de absorção e não absorção das duas turmas na segunda atividade feita no Laboratório de Informática. Percebe-se que o percentual de absorção ficou em 86% para Turma 1 e em 90% na Turma 2, representando um ganho de 21% da Turma 1 e de 28% para Turma 2, em relação ao primeiro diagnóstico.



**Figura 7 - Resultados da 2ª Avaliação Diagnóstica**

Comparando os resultados das avaliações diagnósticas 1 e 2, conclui-se que a Tecnologia na Educação é uma ferramenta de grande ajuda no aprendizado, pois desperta no aluno o interesse no manuseio do computador, pois para muitos deles ainda é uma novidade e facilita a visualização das situações-problemas que são apresentadas. Para Costa (2010, p.19-20):

Quando se fala em Educação e Tecnologia, é necessário abordar também a questão do processo de aprendizagem. Entende-se que a Tecnologia é um instrumento que pode colaborar no processo de aprendizagem educacional, desde que utilizada adequadamente, ou seja, com planejamento, com objetivos definidos, e principalmente estratégias pedagógicas apropriadas ao conteúdo a que se pretende construir em conjunto com os estudantes. Tais estratégias podem conter diversos tipos de tecnologia, e envolve o planejamento, as atividades, a elaboração de situações-problema, entre outros tópicos.

A Figura 8 apresenta um comparativo dos ganhos de aprendizagem de ambas as turmas, mostrando o percentual obtido quando o diagnóstico foi feito em sala de aula e o quando o mesmo foi aplicado após o desenvolvimento de 2 situações-problemas no laboratório de informática.

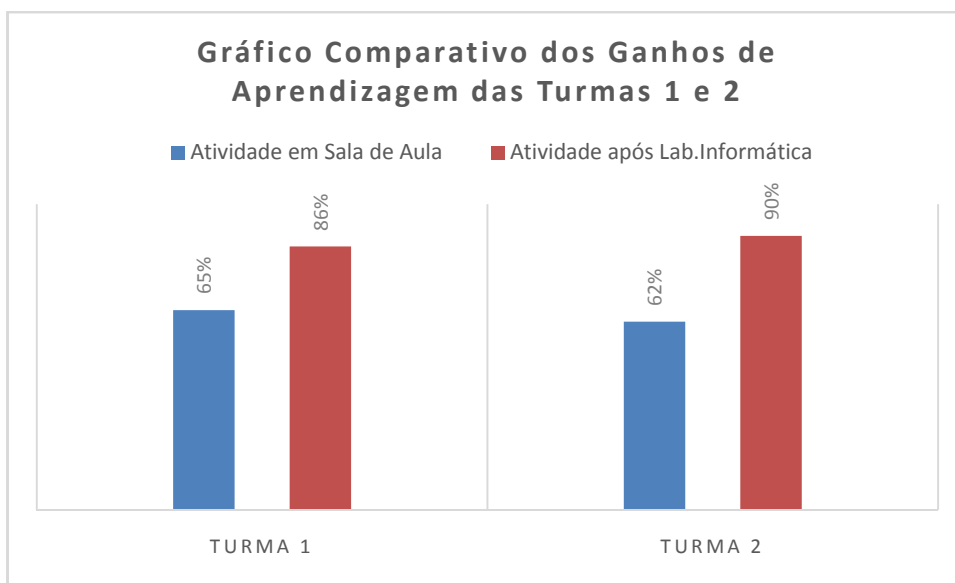


Figura 8-Comparativo dos Ganhos de Aprendizagem

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Alguns pesquisadores e mesmo os PCNs afirmam que é possível trabalhar a matemática juntamente com as NTICs, bem como salientam a importância da contextualização e da interdisciplinaridade entre os tópicos abordados na matemática. Nesta pesquisa foram utilizadas duas situações-problemas, a primeira trata da margem de lucro de uma empresa e a segunda aborda o alcance de uma bola, quando chutada por um jogador. Essas situações fizeram com que o aluno percebesse que o assunto ministrado em sala de aula tem aplicações no seu dia a dia.

Após as atividades desenvolvidas ao longo desta pesquisa, constatou-se um ganho em torno de 25% nas duas turmas que realizaram as atividades. Foi notório o entusiasmo dos alunos no laboratório de informática, pois os mesmos puderam visualizar por meio do *software* GeoGebra as soluções gráficas das duas situações-problemas propostas.

Vale salientar que ao longo da pesquisa algumas dificuldades foram percebidas, como a pouca quantidade de máquinas no laboratório de informática, para a utilização

dos alunos. Isso confirma a necessidade de planejamento antes de qualquer atividade fora da sala de aula, pois um tempo de aula é em torno de 50 minutos, sendo necessário a utilização de dois tempos ou dois dias para a realização da atividade no laboratório de informática. Mas, os ganhos de aprendizagem e absorção dos conteúdos dos alunos, compensam os obstáculos encontrados ao longo da pesquisa.

## 6. Referências

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2003.

BRASIL, Ministério da Educação. Diretrizes para Educação Básica.

BRASIL. Ministério da Educação. Diretrizes para Educação Básica, (1996) e (2003).

COSTA, R. C. **A formação de professores de matemática para uso das tecnologias de informação e comunicação**: uma abordagem baseada no ensino de funções polinomiais de primeiro e segundo graus, SP, PUC-SP, 2010, 119 f (dissertação de mestrado), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC-SP

MARIA, M.M.S. Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática

MORAES, R. G. *et al.* Aplicando o software gramática para o ensino de equações e sistemas de equações de 1º e 2º Graus. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM, 2011, Recife. Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife: EDUMATEC-UFPE, 2011. v. 1. p. 1-1

SANCHO, J M. **Para uma tecnologia educacional**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SOUZA, JOAMIR ROBERTO DE. **Novo Olhar: matemática**. 2ª edição. São Paulo: FTD, 2013.

TOMAS, VANESSA SENA; DAVID, MARIA M.M.S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p.16 (Tendências em educação matemática).