



**CENTRO DE ESTUDOS SUPERIORES DE TEFÉ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ROBISON DA SILVA MACIEL

**INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EXPLORANDO O TRIÂNGULO DE
SIERPINSKI POR MEIO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA EM UMA TURMA DO
9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Tefé/AM
2021/1

ROBISON DA SILVA MACIEL

**INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EXPLORANDO O TRIÂNGULO DE
SIERPINSKI POR MEIO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA EM UMA TURMA DO
9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Artigo Científico apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática, do Centro de Estudos Superiores de Tefé - CEST, da Universidade do Estado do Amazonas – UEA, como requisito da Disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II sob a orientação da Profa. MSc. Denise Medim da Mota.

ORIENTADOR: Prof. MSc. Carlos José Ferreira Soares

Tefé/AM
2021/1



CENTRO DE ESTUDOS SUPERIORES DE TEFÉ - CEST

CURSO: LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RESULTADO FINAL DO TCC

Dados de Identificação

Nome do (a) Aluno(a): Robison da Silva Maciel

Título do trabalho: ***Investigação matemática explorando o Triângulo de Sierpinski por meio do software Geogebra em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental***

Nome do (a) Professor(a) Orientador(a): MSc. Carlos José Ferreira Soares

Ano/Semestre: 2021_1

Turma: MATV_T01

Período: 8º

TCC (Resultado Final)
0,0 - 10,0
9,6

BANCA EXAMINADORA

(Presidente e Orientador(a))

(Membro 01)

(Membro 02)

Acadêmico (a)

Tefé/AM, 04 de dezembro de 2021.



CENTRO DE ESTUDOS SUPERIORES DE TEFÉ
COLEGIADO DE MATEMÁTICA

ATA DE DEFESA PÚBLICA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Aos quatro dias do mês de dezembro de 2021, às 13h, em sessão pública via Google Meet, na presença da Banca Examinadora presidida pelo(a) Professor(a) M.Sc. Carlos José Ferreira Soares e composta pelos examinadores: 1. Professor(a) M.Sc. Sabrina de Souza Rodrigues; 2. Professor(a) Dr. Robert Luis Lara Ribeiro, o(a) acadêmico(a) **Robison da Silva Maciel** apresentou o Trabalho de Conclusão de Curso intitulado: **“Investigação matemática explorando o Triângulo de Sierpinski por meio do software Geogebra em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental”**, como requisito curricular indispensável para a conclusão do Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática. Após reunião em sessão reservada, a Banca Examinadora deliberou e decidiu pela **APROVAÇÃO** do referido trabalho, divulgando o resultado formalmente ao(à) acadêmico(a) e demais presentes e eu, na qualidade de Presidente da Banca, lavrei a presente ata que será assinada por mim, pelos demais examinadores e pelo(a) aluno(a).

(Presidente e Orientador(a))

(Membro 01)

(Membro 02)

Acadêmico (a)

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EXPLORANDO O TRIÂNGULO DE SIERPINSKI POR MEIO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA EM UMA TURMA DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

MATHEMATICAL RESEACH EXPLORING THE SIERPINSKI TRANGLE THROUGH GEOGEBRA *SOFTWARE* IN A CLASS OF 9TH GRADE OF ELEMENTARY EDUCATION

Robison da Silva Maciel¹
Carlos José Ferreira Soares²

Resumo:

O desenvolvimento de ensino e aprendizagem de matemática deve ser criativo e dinâmico, pois interagir duas tendências de investigação matemática pode contribuir para aprendizagem dos alunos. Uma vez que o presente trabalho teve por objetivo verificar a contribuição da investigação matemática por meio do *software* GeoGebra no triângulo de Sierpinski em uma turma do 9º ano no ensino fundamental. Tendo como instrumentos de coleta de dados questionário, caderno de campo e fotografia. Sendo que o estudo foi analisado pela análise descritiva. Mediante o desenvolvimento dessa pesquisa de explorar o triângulo de Sierpinski através do GeoGebra verificou-se que auxilia os alunos a construir e aprimorar sua aprendizagem, visto que os grupos desenvolveram algumas relações matemáticas envolvendo adição, subtração, multiplicação, radiciação e potenciação. Portanto, a exploração de tarefas investigativas por meio dessa ferramenta tecnológica pode possibilitar aos alunos uma aprendizagem autônoma.

Palavras-chave: Investigação Matemática. *Software* GeoGebra. Aprendizagem.

Abstract :

The development of teaching and learning mathematics must be creative and dynamic, as interacting two trends in mathematical research can contribute to student learning. Since the present work aimed to verify the contribution of mathematical research through the GeoGebra software in the Sierpinski triangle in a 9th grade class in elementary school. Using a questionnaire, field notebook and photography as instruments for data collection. The study was analyzed by descriptive analysis. Through the development of this research to explore the Sierpinski triangle through GeoGebra, it was found that it helps students to build and improve their learning, as the groups developed some mathematical relationships including, subtraction, multiplication, rooting and potentiation. Therefore, an exploration of investigative tasks through this technological tool can enable students to learn autonomously.

Keywords: Mathematical Research. GeoGebra *Software*. Learning.

INTRODUÇÃO

Atualmente os alunos têm muitas dificuldades de aprendizagem em matemática. A investigação matemática é uma tendência que pode estimular a

¹Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática. Universidade do Estado do Amazonas-UEA. País: Brasil. E-mail: rsm.mat16@uea.edu.br.

²Mestre em ensino de ciências exatas. Universidade do Estado do Amazonas-UEA. País: Brasil. E-mail: cjsoares@uea.edu.br.

participação ativa do educando, podendo contribuir com o processo de ensino-aprendizagem como uma alternativa de construção de conhecimentos tanto para os professores quanto para os alunos, visto que o educador pode utilizá-la como uma metodologia de ensino e os educandos como uma estratégia de aprendizagem. Nessa linha, Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) destacam que ela pode instigar o trabalho investigativo em diversos temas matemáticos relacionados aos contextos números, geométricos e estatísticos.

Durante a participação em um projeto de extensão, observou-se que os alunos apresentavam dificuldades em matemática e a partir desse contexto pode-se empregar tendência para tentar amenizar, ou seja, surgiu o tema investigação matemática explorando o triângulo de Sierpinski por meio do software Geogebra em uma turma do 9º ano no ensino fundamental de uma escola pública do município de Tefé/AM, com o objetivo de verificar as contribuições da investigação matemática por meio dessa ferramenta para explorar relações matemáticas no triângulo de Sierpinski. A escolha dessa figura deu-se devido através da possibilidade de encontrar relações matemática mediante as iterações que produzem sequências.

Vale destacar que o recurso tecnológico já citado pode ser explorado tanto em computadores como em celulares. Nascimento (2012) ressalta que o *software* GeoGebra é uma ferramenta que apresenta recursos importantes para a aprendizagem, pois tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si.

Diante do exposto, apresentam oportunidades do educador estabelecer uma ferramenta que possa auxiliar em suas aulas de maneira que desperte no educando curiosidade e interesse de aprender matemática de uma forma dinâmica e interativa, contribuindo tanto para o ensino quanto para a aprendizagem, visto que, é uma estratégia que permite o discente construir conhecimento e uma intervenção metodológica que o professor pode usar dentro de sala de aula.

A metodologia utilizada foi à abordagem qualitativa. Referente à coleta de dados foram utilizados um questionário, observação-participante, caderno de campo e fotografia. Também foi realizada uma intervenção pedagógica envolvendo uma atividade investigativa.

Os resultados apontam varias relações matemáticas produzidas pelos alunos envolvendo adição, subtração, multiplicação, potenciação e radiciação. Nesse sentido, a investigação matemática faz com que o educando possa atuar como um matemático, e ao mesmo tempo em que constrói conjecturas está desenvolvendo resultados que podem contribuir no ensino-aprendizagem (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016).

Com base na realidade, é relevante desenvolver diferentes metodologias para tentar amenizar as dificuldades encontradas dentro de sala de aula, neste sentido a investigação matemática como proposta de ensino/aprendizagem, pode estimular o aluno a pensar e desenvolver seu pensamento crítico ao analisar determinadas situações matemáticas. Nossa pretensão não é afirmar que essa tendência vai resolver as dificuldades de aprendizagem dos alunos, mas persuadir discussões sobre a investigação e as múltiplas alternativas que podem ser exploradas em sala de aula.

A TECNOLOGIA COMO FERRAMENTA DE ENSINO NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

As tecnologias estão se aprimorando no decorrer dos últimos anos. Bovi (2013) ressalta que a tecnologia é um recurso para o professor motivar suas aulas, instigando o educando uma nova forma de gerar e disseminar conhecimento através de uma formação que vem ao encontro com a sua necessidade.

Diante do exposto, a tecnologia é uma ferramenta que pode auxiliar o professor no âmbito educacional, contribuindo no processo de ensino e aprendizagem, trazendo uma maneira diferenciada de adquirir conhecimento matemático.

Sobre a utilização de tecnologias Bovi (2013, p. 5) afirma que:

A utilização de novas tecnologias na educação requer uma mudança nas metodologias tradicionais, pois não basta o uso de novas tecnologias, o professor precisa dar sentido a esse uso, auxiliando na produção do conhecimento do aluno, de forma participativa, auxiliando e incentivando a criatividade.

Nesse sentido, para se obter uma inconstância significativa no ensino e aprendizagem da matemática, é considerável que os educadores tenham uma ampla visão dos conteúdos, levando em consideração as tendências

inovadoras dentro do plano de aula, assim obter uma justa compreensão dos educandos com os conteúdos solicitados através do auxílio das ferramentas tecnológicas, tendo em vista os recursos que possui determinadas ferramentas que podem estar facilitando no entendimento em determinado assunto matemático, tendo em vista sua exploração planejada de modo que possa apresentar eficácia no desenvolvimento intelectual. Para Vidal e Miguel (2020, p.372):

O uso de novas tecnologias na contemporaneidade traz a reflexão de que se faz necessário renovar as práticas pedagógicas, de forma que acolham a diversidade e sejam inclusivas, envolvendo todos os estudantes em processos de aprendizagem significativos.

Com essa finalidade, as tecnologias digitais são ferramentas que apresentam potencialidades para a formação de um cidadão crítico que procura estar disposto a conhecer e aprender através de ferramentas inovadoras, tendo em vista que a escolha de uma tecnologia depende das pretensões do professor e do contexto que está ao seu redor.

O USO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

O *software* GeoGebra pode colaborar na construção ou realização de determinadas situações matemáticas, e a partir disso, se faz presente a investigação matemática que é o processo para colocar em causa as estratégias utilizadas no estudo de determinada situação problema. Sabe-se que a tecnologia em suas distintas configurações e usos compõem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por consequências no cotidiano das pessoas (PERIUS, 2012).

Além disso, o *software* GeoGebra pode colaborar para trabalhar a investigação matemática, uma vez que Soares (2019) ressalta que a utilização desse recurso pode auxiliar de forma significativa para a aprendizagem, aliás, é uma ferramenta pedagógica que deve ser usada como um instrumento de investigação de padrões matemáticos.

Com isso, terá como ponto principal estimular a participação ativa dos alunos no decorrer da elaboração da atividade investigativa, colocando em

causa a forma pela qual cada educando individual ou coletivo desenvolve seu raciocínio lógico para encontrar relações matemáticas.

Vale destacar que existem alguns momentos da investigação matemática e Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 23) destacam que:

Podemos dizer que a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Levando em consideração o ambiente escolar uma aula de investigação matemática é elaborada seguindo momentos para que assim possa coadjuvar o objetivo do educador ao ministrar sua aula. Para Soares (2021, p.41) “[...] o trabalho em sala de aula mediado por investigação matemática tem potencialidade para desenvolver um ensino com qualidade e promover a aprendizagem dos alunos de forma sistematizada”.

Além dos momentos supracitados, os autores também apresentam que o desenvolvimento de uma atividade investigativa pode ser realizado em três fases. A primeira consiste em apresentar para a turma de forma escrita ou oralmente a atividade investigativa. A segunda destaca a realização da investigação efetuada de forma individual, em pequenos grupos ou com a turma em geral, e nessa fase devem buscar formular conjecturas. A terceira envolve a discussão dos resultados, tendo em vista que educandos poderão discutir com os colegas a realização do trabalho proposto destacando os resultados encontrados (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016).

Diante do exposto, essa forma de trabalhar em sala de aula pode contribuir com o aprimoramento dos conhecimentos dos discentes, levando em consideração as dificuldades encontradas e podendo assim ser uma alternativa dinâmica da aprendizagem.

TRIÂNGULO DE SIERPINSK

O triângulo de Sierpinski é um tipo de fractal que “[...] nos possibilita trabalhar contagem, frações, área, perímetro, razão, proporcionalidade,

conteúdos aplicados no Ensino Fundamental, de uma forma diferente” (CASTILHOS, 2014, p.9).

Diante do exposto, estimula a capacidade de raciocínio dos discentes de analisar determinada situação problema e observar qual seria a estratégia realizada na construção das situações propostas.

Além disso, vale destacar que:

O Triângulo de Sierpinski foi descoberto pelo matemático Waclav Sierpinski (1882-1969). É obtido através de um processo iterativo de divisão de um triângulo equilátero em quatro triângulos semelhantes, visto que um destes triângulos está invertido, em relação ao original e é retirado do triângulo original sobrando apenas os outros três (BEMFICA; ALVES, 2010, p.6).

Também vale ressaltar que essa figura geométrica pode ser explorada de tal maneira para despertar o raciocínio lógico dos educandos, pois instiga a analisar a forma e comportamento que vai se desenvolvendo no decorrer da construção.

Diante disso, vale reforçar que precisa ter bastante atenção pra realizar o procedimento da construção do triângulo de Sierpinski, pois é uma figura geométrica que vai criando forma a partir de uma figura inicial e através disso, é realizado [...] o mesmo procedimento em cada um dos três novos triângulos com a orientação original, e assim sucessivamente. “O fractal obtido é estritamente auto-semelhante, ou seja, as partes da figura são cópias reduzidas de toda a figura” (BEMFICA; ALVES, 2010, p.11).

Com isso, a elaboração exige bastante atenção e paciência para assim obter uma figura geométrica precisa de triângulos a partir de uma mesma figura inicial. Portanto, tal figura é propício porque as suas iterações produz uma sequência de números que é a quantidade de triângulos, pois essa ordem é instigante para a investigação.

METODOLOGIA

A presente pesquisa intitulada “investigação matemática explorando o triângulo de Sierpinski por meio do *software* GeoGebra em uma turma do 9º ano no ensino fundamental de uma escola pública do município de Tefé-AM”, teve como objetivo verificar as contribuições da investigação matemática por meio de uma ferramenta tecnológica.

A abordagem desta pesquisa é de cunho qualitativo, pois, pretende-se compreender o processo de aprendizagem dos participantes sob o olhar de uma atividade investigativa por meio do *software* GeoGebra, pois, a abordagem qualitativa “considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números”. (KAUARK; MANHÃES; MEDEIROS, 2010, p. 26).

A modalidade da pesquisa foi à pesquisa de campo, uma vez que é “aquela baseada na coleta de fenômenos que ocorrem na realidade a ser pesquisada” (PRAÇA, 2015, p. 72). Pois, a presente investigação ocorreu em uma sala de aula, onde foram coletadas as informações e evidências registradas durante o desenvolvimento da pesquisa.

Os instrumentos de coleta de dados foram caderno de campo do docente e discente, questionário (apêndice 1) e fotografia. Os discentes tiveram caderno de campo para anotarem as resoluções e como formaram as conjecturas, uma vez que Soares (2021, p. 45) afirma que esse instrumento de coleta de dados é importante para registrar as “informações relevantes sobre os procedimentos adotados, destacando as conjecturas e conclusões estabelecidas sobre os conteúdos explorados [...]”.

Sendo assim, através da análise do questionário pode-se contemplar o primeiro objetivo que foi “Identificar estratégias utilizadas pelos os alunos dentro de sala de aula para explorar relações matemáticas no triângulo de Sierpinski”.

A técnica de coleta de dados consistiu na observação-participante, que proporcionou a interação dos alunos para instiga-los a formar conjecturas durante a realização da atividade proposta. Sobre essa técnica, destaca-se que “consiste na participação real do pesquisador com a comunidade ou grupo. Ele se incorpora ao grupo, confunde-se com ele. Fica tão próximo quanto um membro do grupo que está estudando e participa das atividades normais deste” (MARCONI; LAKATOS, 2003, p.194). Dessa forma, esta técnica foi explorada para contemplar o segundo objetivo “Destacar as contribuições das investigações matemáticas com o auxílio do GeoGebra para explorar atividades investigativas no triângulo de Sierpinski”.

O questionário foi aplicado para coletar as concepções dos alunos sobre a atividade proposta, ou seja, o ponto de vista dos educandos sobre a tarefa investigativa desenvolvida. Nesse sentido, o questionário foi um instrumento de coleta de dados constituído por uma série ordenada de perguntas e foram respondidas por escrito (MARCONI; LAKATOS, 2003). Com esse instrumento contemplamos o terceiro objetivo que é “destacar as principais dificuldades encontradas pelos alunos ao realizarem as atividades propostas envolvendo a investigação matemática e tecnologias digitais”.

A fotografia foi explorada no decorrer das aulas, tendo em vista registrar os momentos das realizações da situação proposta. Sobre essa ferramenta, Soares (2021, p. 45) afirma que a fotografia “[...] potencializa a captura real do contexto do local da atividade, a expressão facial dos alunos, os gestos no momento dos diálogos na busca de estratégias para a elaboração de conjecturas”.

Vale ressaltar que os sujeitos da pesquisa foram os alunos do 9º ano de uma escola pública do município de Tefé-AM do ensino fundamental, que mediante as observações em um projeto extensão, pode-se perceber que os alunos apresentavam bastantes dificuldades de aprendizagem de matemática, dando como exemplo em relação a analisar uma estratégia de resolver determinada situação envolvendo figuras dando ênfase no triângulo. Diante disso, a investigação matemática aliada ao software GeoGebra pode contribuir na aprendizagem dos educandos.

A técnica de análise de dados foi descritiva. Sobre essa metodologia de análise, Soares (2021, p. 48) afirma que:

A análise descritiva é uma técnica de análise de dados que possibilita o pesquisador organizar sistematicamente todos os dados coletados de forma minuciosa e detalhada, destacando os resultados obtidos mediante reflexão crítica e discussões literárias, ou seja, os resultados são analisados criticamente e dialogados minuciosamente com as ideias apresentadas pelos autores que exploram a temática em discussão.

Diante do exposto, a ideia de escolher análise descritiva foi de descrever detalhadamente como os educandos formularam as conjecturas e quais as estratégias exploradas.

Dessa forma, a atividade investigativa foi desenvolvida durante 6 encontros de 50 minutos cada, conforme segue a descrição:

No primeiro encontro foi apresentada a proposta e discutido sobre os fundamentos da investigação matemática e a importância do termo de consentimento livre de participação da pesquisa. Esse documento foi disponibilizado para o registro da autorização dos responsáveis legais dos alunos.

Segundo encontro foi realizado orientações básicas sobre o *software* Geogebra, ou seja, usos pontuais para a atividade que foi desenvolvida nos encontros.

No terceiro, quarto e quinto encontro foi apresentado para a turma uma atividade investigativa explorando o triângulo de Sierpinski, tal atividade foi de característica aberta, com o propósito de instigar os alunos a encontrar relações matemáticas.

Sexto encontro foi aplicado o questionário com base nas perspectivas dos alunos no decorrer do que foi realizado dentro de sala de aula.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nessa seção apresentaremos os resultados encontrados, destacando as estratégias e conjecturas que os educandos desenvolveram ao efetuar tanto no momento de manusear o *software* GeoGebra quanto na realização da atividade investigativa. Tendo em vista identificar as estratégias utilizadas, as contribuições da investigação matemática com o auxílio do *software* já destacado e verificar as principais dificuldades, podendo assim estabelecer maneiras de lidar com essa realidade.

O primeiro encontro da aplicação da pesquisa foi realizado dia 04 de outubro de 2021, onde apresentamos aos educandos a proposta da pesquisa com seus devidos objetivos, dando ênfase na atividade que seria desenvolvida. Além disso, foi comentado sobre a importância do Termo de Consentimento Livre de participação na pesquisa que foi entregue aos alunos com o intuito da aprovação dos seus responsáveis na participação da atividade.

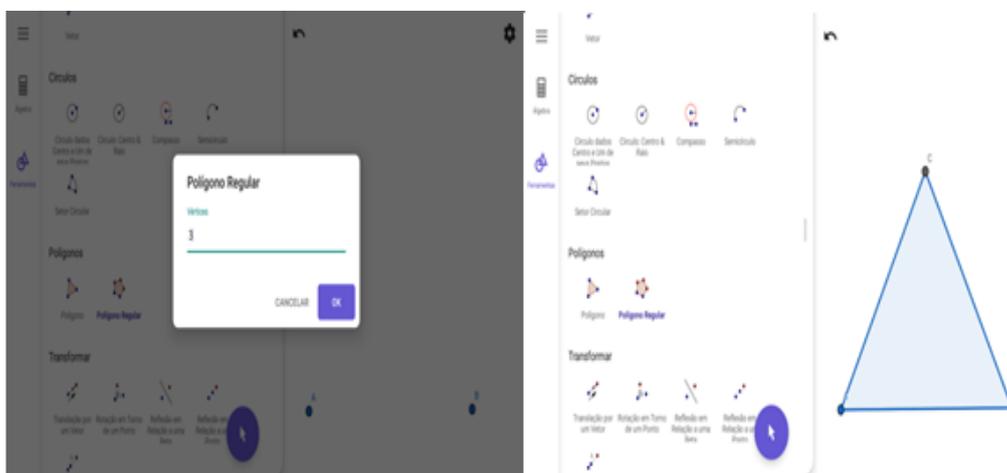
O segundo encontro que correu dia 05 de outubro de 2021, iniciou-se com a divisão da turma em 4 grupo de cinco componente e 3 grupos de quatro componentes, ou seja, um total de 32 alunos. Também abordamos orientações básicas sobre a utilização do *software* GeoGebra, ou seja, as ferramentas que deveriam utilizar no desenvolvimento da atividade envolvendo o triângulo de

Sierpinski. Na prática as ferramentas utilizadas no GeoGebra foram polígono, ponto médio e homotetia. Os alunos construíram o triângulo já mencionado em seus aparelhos celulares, a partir de orientações enfatizando a exploração das ferramentas já citadas.

No terceiro encontro que ocorreu dia 06 de outubro de 2021, foi apresentada a atividade investigativa aos educandos onde teriam que construir o triângulo de Sierpinski seguindo o passo a passo utilizando o *software* GeoGebra, e em seguida investigar as relações matemáticas observando a construção. Também vale destacar que o triângulo de Sierpinski é uma figura geométrica que possibilita a exploração de diversos conteúdos matemáticos (CASTILHOS, 2014).

. No primeiro passo utilizando o *software* GeoGebra os grupos teriam que criar um triângulo ABC (figura 1) utilizando a ferramenta polígono regular, clicando em dois pontos na janela de visualização, irá aparecer uma janela em branco onde terá que colocar 3, pois significa a quantidade de lados do triângulo equilátero.

Figura 1 – Construção feita pelo Grupo E

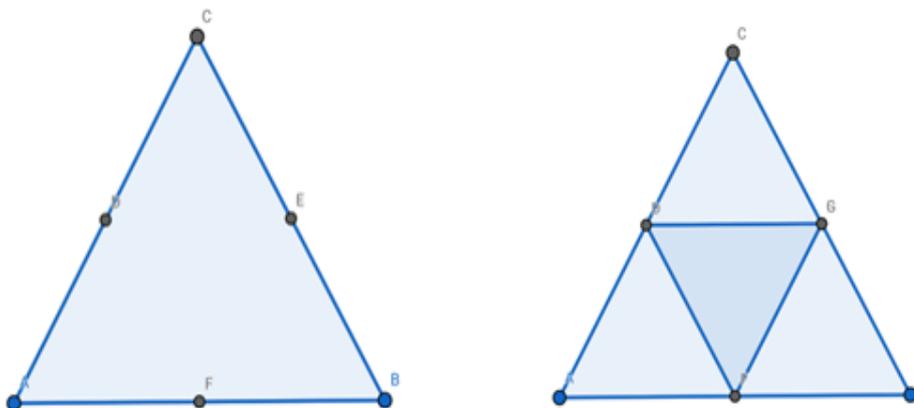


Fonte: Dados da pesquisa

Com base nessa imagem o grupo E construiu o triângulo equilátero, onde explorou as ferramentas do GeoGebra de acordo com o contexto em estudo. Uma vez que foram auxiliados durante o processo da construção. No

segundo passo os grupos foram orientados a encontrarem o ponto médio de cada lado do triângulo, clicando na ferramenta ponto médio e em cada lado, construíram um novo triângulo DEF.

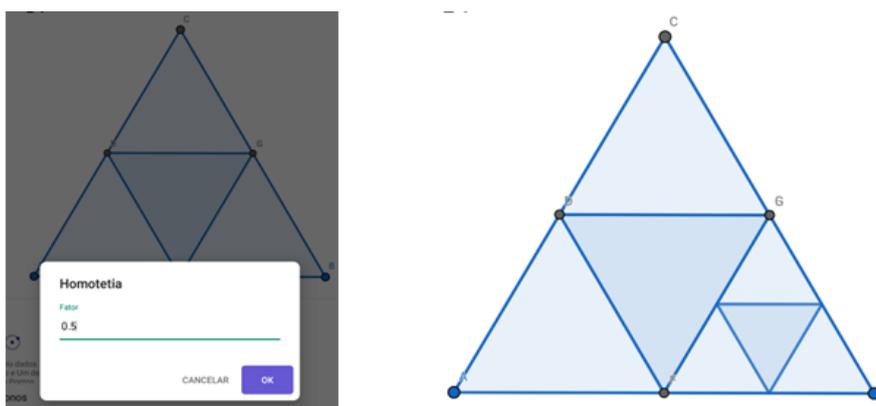
Figura 2 - Construção feita pelo grupo G



Fonte: Dados da pesquisa

No terceiro passo utilizaram a ferramenta homotetia para construir três triângulos semelhantes ao DEF, utilizando o processo de homotetia de fator 0,5 e clicando no triângulo central e logo após no vértice do primeiro polígono pelo qual deseja construir uma nova figura.

Figura 3 - Construção feita pelo grupo A



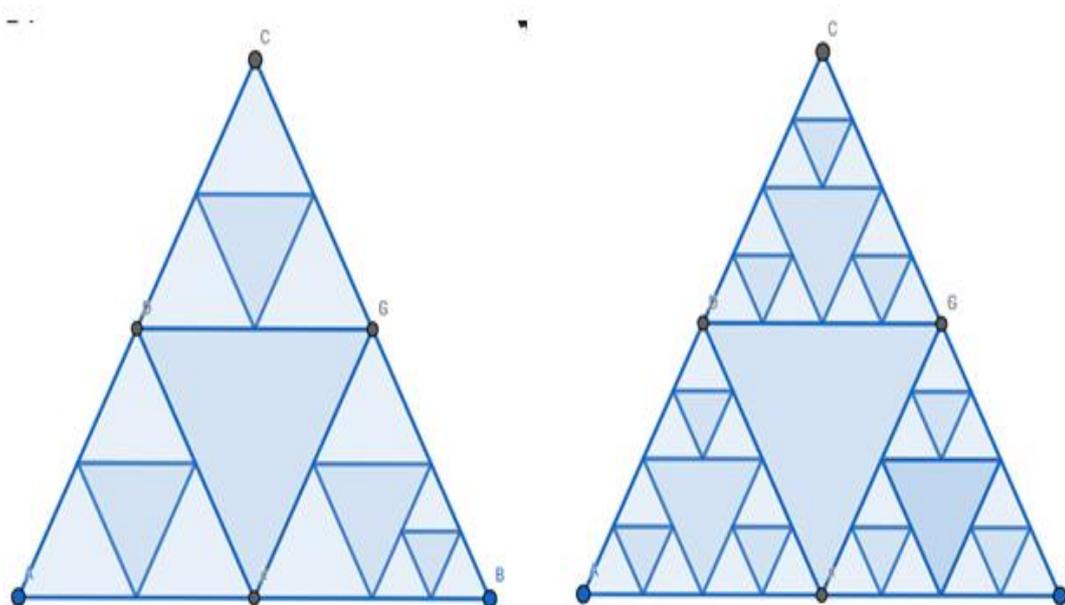
Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos apresentaram dificuldade no manuseio da ferramenta homotetia, visto que grande parte dos grupos inicialmente não estava

entendendo o processo para construir outras representações de um determinado triângulo utilizando essa ferramenta, que serve para duplicar a figura, tendo em vista que foram orientados e realizaram o procedimento necessário na construção utilizando as ferramentas contidas no *software* GeoGebra.

No quarto passo utilizaram o processo de homotetia novamente, mas com base nos três triângulos que surgiu em relação ao triângulo central, tendo em vista que esse processo foi feito de acordo com essas novas figuras, levando em consideração um dos três triângulos tiveram que clicar na ferramenta homotetia e no centro do triângulo escolhido no que seguiu no vértice do triângulo EGB, com isso cria uma representação menor do triângulo escolhido, podendo assim fazer o mesmo processo para os demais.

Figura 4 - Construção feita pelo grupo B



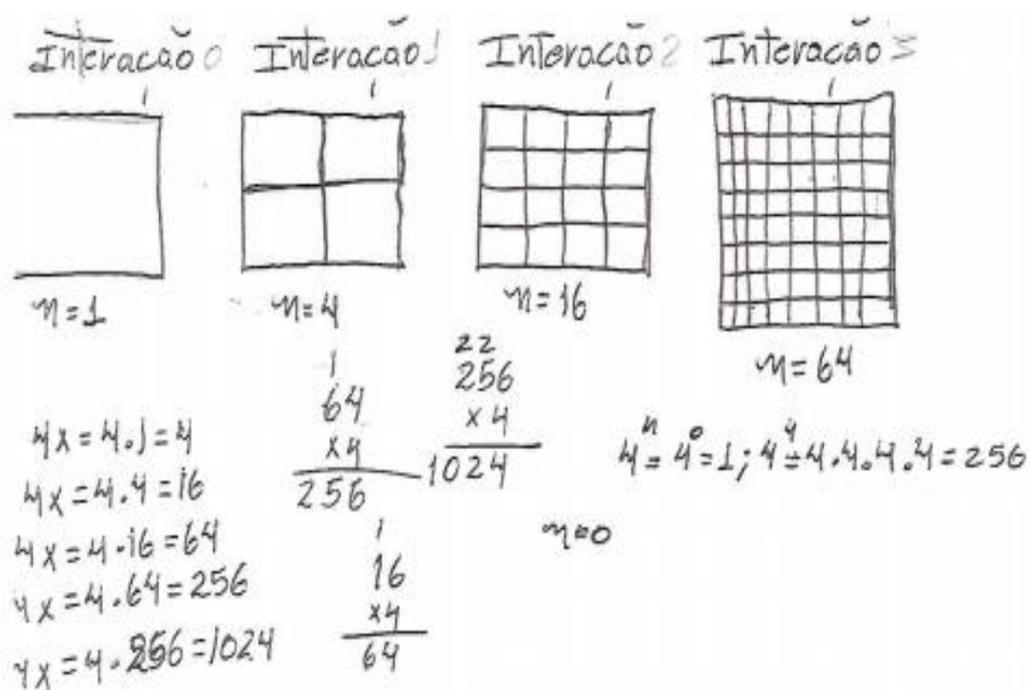
Fonte: Dados da pesquisa

No quarto Encontro que foi no dia 07 de outubro de 2021, ocorreu a aplicação da atividade investigativa, onde os alunos analisaram os procedimentos utilizados na construção do triângulo de Sierpinski, tendo em vista verificar relações matemáticas. Percebeu-se que os discentes inicialmente apresentaram dificuldades, ou seja, não tinham ideias para encontrar essas

relações, visto que eles não tinham trabalhado ainda com atividades investigativas. Ponte; Brocardo e Oliveira (2019) destacam que o trabalho inicial com investigação matemática provoca certo desconforto e dificuldades.

Diante desse contexto, aplicamos outra atividade investigativa para proporcionar familiarização com as características de um trabalho desse tipo, onde o objetivo nessa era mostrar aos educandos a dinâmica de uma tarefa investigativa. Tendo em vista que foi voltado para a figura geométrica quadrado, com isso fazendo juntamente com os discentes o processo da construção e instigando os educandos a encontrarem relações matemáticas de acordo com os desenhos apresentadas na figura 5 (produção do grupo D), ou seja, buscando situações familiares com a atividade piloto (triângulo de Sierpinski).

Figura 5 - Algumas relações feitas pelo grupo D



Fonte: Dados da pesquisa

Nessa figura construída pelo grupo D foram identificadas relações matemáticas envolvendo a multiplicação e potenciação, tendo em vista que a partir dessa situação os alunos foram entendendo melhor a ideia de investigação matemática, para assim aplicar no triângulo de Sierpinski.

No quinto Encontro que ocorreu dia 08 de outubro de 2021, foi realizada a continuação do processo de investigação matemática, onde se pode verificar que os grupos mesmo com as dificuldades para encontrar as relações matemáticas, procuram utilizar os métodos que fizeram na atividade investigativa envolvendo o quadrado como se pode ver na figura 5, podendo utilizar como base para chegar a alguma relação matemática, pois havia um entrosamento entre os grupos, ou seja, o trabalho em equipe é uma forma de compartilhar conhecimentos através de ideias, podendo ajudar um ao outro de forma que haja uma interação e até mesmo confiança em si mesmo para compartilhar suas ideias sem medo de errar (SCHIMITT, 2015). Ao orientar o grupo D os componentes demonstraram bastante empenho como mostra à figura 6.

Figura 6 - Grupo D tentando encontrar relações matemática

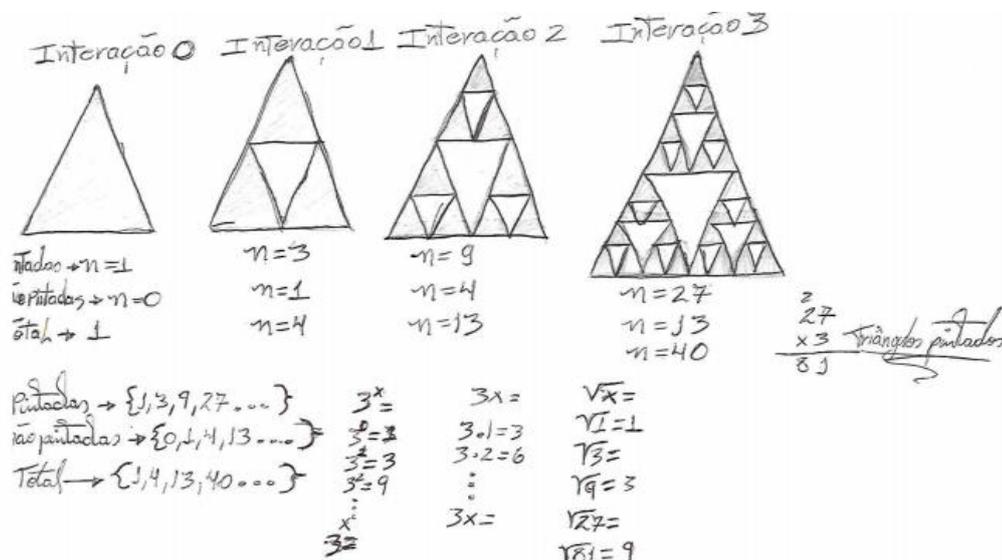


Fonte: Dados da pesquisa

A figura 6 destaca o trabalho em equipe, pois havia bastantes discussões de formas e ideias de verificações de relações matemáticas. A esse respeito, Paraná (2008) ressalta que aprender matemática consiste em desenvolver estratégias que possibilita ao aluno atribuir sentido e construir significado às ideias matemáticas de modo a tornar-se capaz de estabelecer

relações, justificar e criar possibilidades de lidar com determinada situação envolvendo a matemática.

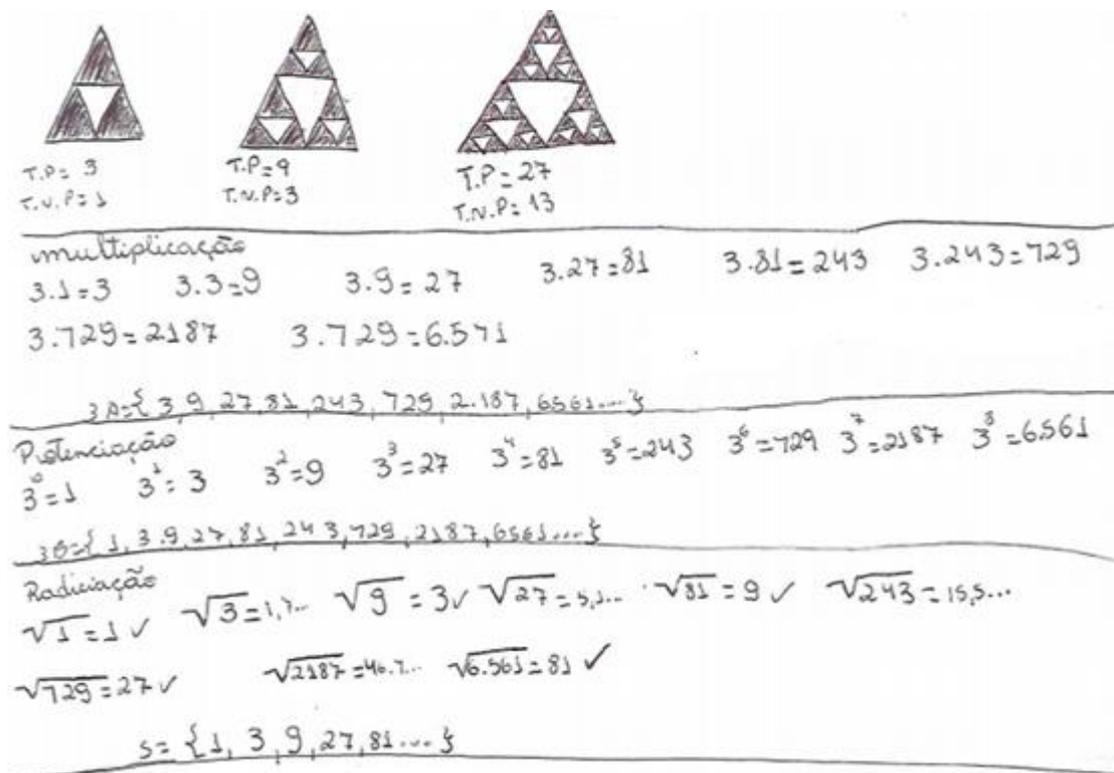
Figura 7 – Produção do grupo D.



Fonte: Dados da Pesquisa

A figura 7 apresenta as relações exploradas pelo grupo D, tais como: radiciação (\sqrt{x}) que se deu através do cálculo de raízes quadradas dos números dos triângulos produzidos nas iterações que proporcionou a definição. Multiplicação ($3x$) foi definida por meio de simulações utilizando a multiplicação que gerou essa expressão e potenciação (3^x) que apresenta a ideia semelhante da multiplicação como base 3 pelo fato da figura investigada ter três lados iguais com uma variável x como expoente, enfim, buscaram métodos e estratégias com relação às iterações realizadas no momento da construção no software GeoGebra para analisar o procedimento de acordo com cada modificação da iteração zero até a três como mostra na figura 3. A esse respeito, Soares (2021) afirma que “o reconhecimento das condições cognitivas dos educandos para a investigação matemática e as potencialidades para o desenvolvimento da aprendizagem deles são fundamentais à exploração do trabalho em sala de aula por meio de tarefas investigativas”. Vale destacar que os grupos fizeram relações matemática seguindo uma mesma linha de raciocínio como se pode verificar nas relações do grupo E.

Figura 8 – Produção do grupo E



Fonte: Dados da Pesquisa

A figura 8 ressalta basicamente que a outra atividade investigativa voltada para a figura quadrado com a ideia de mostra a dinâmica de uma atividade investigativa que se encontra na figura 5, foi de suma importância para desenvolver o pensamento crítico dos alunos, ou seja, podendo instigá-los em testar expressões que já tinha utilizado para encontrar relações matemática, mas de maneira diferente especificamente voltado para o triângulo de Sierpinski.

No sexto Encontro que ocorreu dia 09 de outubro de 2021, foi aplicado o questionário com seis perguntas sendo três objetivas, tendo o intuito de verificar o ponto de vista dos alunos referente à atividade investigativa aplicada. Pode-se perceber que ao analisar os questionários que tinha uma amostra de 32 alunos, onde na primeira questão que era objetiva, 28 discentes marcaram “sim”, ou seja, afirmaram que já tinham utilizado algum tipo de tecnologia em sala de aula. Na segunda pergunta 25 discentes afirmaram marcando “sim” que

tiveram aula utilizando o *software* GeoGebra, logo foi satisfatório, pelo fato de poucos alunos apresentarem dificuldades na construção do triângulo de Sierpinski. Com isso. Bovi (2013) ressalta que com a utilização desse *software* traz grandes benefícios quanto ao entendimento de elementos matemáticos das formas e figuras, podendo instigar os alunos em verificar e analisar possibilidades de construir conjecturas.

Referente à terceira pergunta, todos os discentes gostaram de trabalhar com o *software* GeoGebra na construção do triângulo de Sierpinski, e vale destacar uma resposta de um determinado aluno onde aborda que “*sim, porque foi um meio de aprender diferente e interagir mais*”, é interessante essa resposta pelo fato de realmente ser uma forma diferenciada de se aprender matemática, podendo interagir e compartilhar conhecimentos com os colegas.

De acordo com a quarta pergunta, os educandos apresentavam bastante dificuldade na atividade proposta referente à investigação matemática, tendo em vista que a maior dificuldade de acordo com as respostas do questionário e observações foi encontrar as relações matemáticas, onde determinado aluno enfatiza “*tive dificuldades para montar as relações matemática*”, essa resposta foi essencial, pois realmente os alunos não estavam tendo bom rendimento inicialmente na atividade investigativa, por isso como já citado foi necessário o desenvolvimento de uma aula, explicando a dinâmica do procedimento de uma atividade investigativa.

Com base na quinta pergunta os alunos destacaram que a investigação matemática pode auxiliar para descobrir relações, trazendo a resposta de um aluno que diz o seguinte “*com a investigação matemática pude encontrar varias relações matemática, e isso foi bem legal*”.

Por fim, com base na sexta pergunta os discentes em geral afirmaram que não tinham ainda utilizado a investigação em sala de aula, levando em consideração esse fato apresentaram dificuldade em encontrar relações matemáticas no triângulo de Sierpinski, mas foram persistentes e conseguiram encontrar a partir de uma nova atividade investigativa envolvendo a figura quadrado. Eles demonstraram interesse em aprender, a esse respeito, Soares (2021, p.41) ressalta que “as tarefas investigativas no âmbito da matemática são ações construtivas dotadas de potenciais estimuladores aos processos de ensino e aprendizagem de matemática”, ou seja, o professor tem que está em

constante processo de inovação procurando trazer algo criativo para contribuir com a dinâmica em suas aulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do que foi exposto, percebeu-se que a investigação matemática através do *software* GeoGebra para construir o triângulo de Sierpinski, pode auxiliar a prática do professor, no entanto, sozinha não resolve os problemas que se encontra no ensino de matemática.

Os resultados apontam pontos importantes que aconteceu na exploração do triângulo de Sierpinski utilizando o *software* GeoGebra, tendo em vista que os alunos produziram relações matemáticas envolvendo multiplicação, radiciação e potenciação, tais como $3x$, \sqrt{x} e 3^x . Desta forma, essa estratégia de ensino contribui tanto para a prática do professor quanto para o processo de aprendizagem dos educandos.

Vale destacar que com base nas anotações dos discentes ao fazerem as conjecturas e relações matemáticas já citadas, contemplamos o primeiro objetivo, onde os alunos buscaram identificar estratégia matemática com relação ao passo a passo feito na construção do triângulo de Sierpinski, podendo fazer simulações utilizando a multiplicação que gerou a expressão $(3x)$, que de acordo com o diálogo dos alunos no momento da realização das relações em conjunto, pode-se perceber que surgiu pela ideia de o triângulo possuir três lados iguais, logo se deu essa expressão 3 que multiplica uma variável. O cálculo de raízes quadradas dos números dos triângulos produzidos nas iterações que proporcionou a definição de \sqrt{x} . A potenciação se deu basicamente na mesma ideia da multiplicação, tendo em vista que utilizaram como base 3 pelo fato de a figura investigada ter três lado como já citado anteriormente, com uma variável x como expoente.

De acordo com as observações e participações que foram iterações direcionadas a um aluno ou grupo, sendo realizadas no decorrer da atividade aplicada, realizamos o segundo objetivo que a investigação pode contribuir para despertar interesse dos discentes de forma dinâmica e interativo, levando em consideração o trabalho coletivo onde procuravam a melhor forma de se chegar a uma relação matemática.

Após o desenvolvimento da atividade investigativa foi aplicado um questionário para verificar o ponto de vista dos alunos em relação ao software GeoGebra, triângulo de Sierpinski e investigação matemática, sendo assim, de acordo com a análise do questionário pode-se contemplar o terceiro objetivo, se pode verificar o ponto de vista dos alunos em relação a atividade como um todo, ou seja, desde a construção no triângulo de Sierpinski no GeoGebra quanto no momento da atividade investigativa.

Portanto, este trabalho mostrou que atividades investigativas por meio do *software* Geogebra auxilia a aprendizagem dos educandos, uma vez que se notou que essa tendência de Educação Matemática tem potencial para proporcionar aos alunos a construção de conhecimento de forma interativa e dinâmica, podendo servir como roteiro guia para os professores trabalharem em sala de aula quando forem explorar, por exemplo, fractais utilizando o triângulo de Sierpinski.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

_____. **Tarefas Investigativas no Ensino e Aprendizagem de Aplicações de Derivadas**. Curitiba: CRV, 2021.122p.

BEMFICA, Andrios; ALVES, Cassiana. **Fractais: Progressão e Série Geométrica**. Graduado em Licenciatura Matemática na Faculdade Cenecista de Osório – FACOS, 2010.

BOVI, Rita de Cassia Albônico de. **O software GeoGebra aplicado ao estudo dos Triângulos**. Vol. 2, 2013.

CASTILHOS, Thiago Barcelos. **Possibilidades Pedagógicas para Introdução de Geometria Fractal no Ensino Básico e na Formação de Professores de Matemática** / Thiago Barcelos Castilhos.- Niterói, RJ : [s.n.],2014.56f.

KAUARK, Fabiana da Silva; MANHÃES, Fernanda Castro; MEDEIROS, Carlos Henrique. **Metodologia da Pesquisa: Um Guia Prático**. Itabuna/Bahia: Via Litterarum, 2010. 88p.

MARCONI, Maria de Andrade; Lakatos, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. - 5. ed. - São Paulo: Atlas 2003.

NASCIENTO, Eimard Gomes Antunes do. **Avaliação do uso do software geogebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola**. Uruguay, 2012.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica**. Curitiba: SEED/DEPG, 2006.

PERIUS, Ana Amélia Butzen. **A Tecnologia Aliada ao Ensino de matemática**. Cerro Largo/ RS, 2012.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemática na Sala de Aula**. 3. ed. rev. e ampl. Reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemática na Sala de Aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

PRAÇA, Fabiola Silva Garcia. **Metodologia Da Pesquisa Científica: Organização Estrutural e os Desafios Para Redigir o Trabalho De Conclusão**. Revista Eletrônica "Diálogos Acadêmicos" (ISSN: 0486-6266). PRAÇA, F. S. G. 08, nº 1, p. 72-87, JAN-JUL, 2015.

SANTOS, Kátia Maria Limeira; VASCONCELOS, Carlos Alberto. **O Ensino da Matemática na Educação Básica e as Novas Tecnologias: uma Abordagem na Formação do Professor**. EBR – Educação Básica Revista, vol.1, n.2, 2015.

SCHIMITT, Fernanda Eloisa. **Abordando Geometria por meio da Investigação Matemática**: Um comparativo entre 5º e 9º anos do ensino fundamental. Centro Universitário UNIVATES - Lajeado, 2015.

SOARES, C. J. F. **Exploração de raízes de Funções quadráticas utilizando o Software Geogebra**. XIII Encontro Nacional de Educação Matemática-Cuiabá/MG - 14 a 17 de julho de 2019.

VIDAL, Altemar Santos; MIGUEL, Joelson Rodrigues. **As Tecnologias na Educação Contemporânea**. Id on line Ver. Mult. Psic.V.14, N,50 p. 366-379, Maio/ 2020.

ANEXO 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Eu _____ aluno (a) da Escola Estadual Deputado Armando de Souza Mendes declaro estar ciente que as informações constantes na pesquisa de campo realizada para a obtenção de Título de Graduado em Licenciatura em Matemática são de uso exclusivo da pesquisa. Não será publicado o meu nome, assim como não será divulgada a minha imagem.

Diante do exposto, autorizo a utilização dos registros para análise e construção do Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas (UEA).

Tefé, de Outubro de 2021.

CIENTE: _____

Aluno (a)
Escola Estadual Deputado Armando de Souza Mendes

CIENTE: _____

Responsável Legal pelo(a) Aluno(a)

CIENTE: _____

Graduando(a) em Licenciatura em Matemática (UEA/CEST)

ANEXO 2 – TERMO DE AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

TERMO DE AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

Tefé, de Outubro de 2021.

Ilustríssimo(a) Sr(a). _____,

Escola Estadual Deputado Armando de Souza Mendes

Eu, Robison da Silva Maciel, acadêmico do 8º período de Matemática da Universidade do Estado do Amazonas – Centro de Estudos Superiores de Tefé, responsável pelo projeto Investigação Matemática Explorando o Triângulo de Sierpinski por meio do *software* GeoGebra em uma Turma do 9º ano no Ensino Fundamental de uma Escola Pública do Município de Tefé/AM, venho pelo presente, solicitar de V. Sa. Autorização para realizar a pesquisa nesta renomada Instituição de Ensino, na turma do 9º Ano “01” do Ensino Fundamental, bem como autorização para utilizar os dados obtidos na publicação de artigos científicos e na apresentação do Trabalho de Conclusão do Curso de Matemática à Universidade do Estado do Amazonas.

Nossa pesquisa tem por objetivo Verificar as contribuições das investigações matemáticas por meio do *software* Geogebra para a exploração de relações matemáticas no triângulo de Sierpinski em uma turma do 9º ano no ensino fundamental.

Quaisquer dúvidas que apareçam no desenvolvimento da pesquisa estaremos à disposição para saná-las. Em anexo segue a cópia do escopo do projeto desta pesquisa.

Desde já, esperamos contar com seu apoio e agradecemos antecipadamente a colaboração.

Responsável pela Pesquisa

Autorização Institucional

Eu, _____, responsável pela **Escola Estadual Deputado Armando de Souza Mendes** declaro que fui informada dos objetivos da pesquisa acima, e concordo em autorizar a execução da mesma nesta instituição de ensino. Autorizo ainda a divulgação dos dados, desde que seja mantido em sigilo a identificação pessoal dos sujeitos envolvidos na pesquisa.

Responsável pela Instituição

Documento em duas vias:

1ª via instituição

2ª via pesquisadores

ANEXO 3 – FORMULÁRIO DE ACOMPANHAMENTO



GOVERNO DO ESTADO DO AMAZONAS
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



FORMULÁRIO DE ACOMPANHAMENTO DAS ORIENTAÇÕES PARA A ELABORAÇÃO DO TCC

Acadêmico (a): **Robison da Silva Maciel** Matrícula: 1626030045

Turma: MATV-T01

Período: 8º

Turno: Vespertino

DATA	CARGA HORÁRIA	DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE REALIZADA	ASSINATURA ORIENTADOR (A)
21/10/2021	20h30 as 21h20	Orientação com base na elaboração do artigo, dando ênfase nos resultado que foram coletados na aplicação do projeto.	
18/11/2021	15h00 as 16h30	Orientação para verificar a escrita da parte dos resultados, tendo em vista melhorar as ideias contidas.	
22/11/2021	16h30 as 17h30	Orientação referente à estrutura do artigo em geral.	
23/11/2021	13h00 as 14h00	Orientação para fazer os últimos ajustes no artigo.	

Obs.: Este documento deve obrigatoriamente ser preenchido, assinado e anexado junto ao TCC a ser entregue à Profa. Denise Medim da Mota, responsável pela disciplina de Trabalho de Conclusão II.

APÊNDICE 1 – QUESTIONÁRIO

QUESTIONÁRIO

1. Já utilizam alguma Tecnologia dentro de sala de aula?

Sim ()

Não ()

2. Tiveram alguma aula utilizando o *software* GeoGebra?

Sim ()

Não ()

3. Gostou de trabalhar com o software GeoGebra na construção do Triângulo de Sierpinski?
Justifique sua resposta.

4. Ao utilizar a investigação para descobrir relações matemáticas no Triângulo de Sierpinski, quais foram as principais dificuldades?

5. O que pode perceber de útil utilizando a Investigação para descobrir relações matemática?

6. Já tinham utilizado a Investigação Matemática em sala de aula?

Sim ()

Não ()