UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

ESCOLA NORMAL SUPERIOR

LICENCIATURA EM MATEMATICA

Nayara Cristina da Silva Souza

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA SOBRE O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

MANAUS, 2019

NAYARA CRISTINA DA SILVA SOUZA

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA SOBRE O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Trabalho de Conclusão do Curso elaborado junto às disciplinas TCC I e TCC II do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Orientador (a): Prof. Msc. Selma S. de Oliveira

MANAUS, 2019

GOVERNO DO ESTADO DO
AMAZONAS

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ata de Defesa do Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática da Escola Normal Superior-UEA de NAYARA CRISTINA DA SILVA SOUZA

Aos 02 dias do mês de dezembro de 2019, às 18:00 horas, em sessão pública na Sala Jacobede na Escola Normal Superior na presença da Banca Examinadora presidida pelo professor da disciplina de Trabalho de Conclusão do Curso Dr. Jorge de Menezes Rodrigues e composta pelos examinadores: **Me. Selma Souza de Oliveira, Me. Cristina Carvalho de Araújo e Me. José de Alcântara Filho,** a aluna **NAYARA CRISTINA DA SILVA SOUZA** apresentou o Trabalho: **"OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA SOBRE O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS"** como requisito curricular indispensável para a integralização do Curso de Licenciatura em Matemática. A Banca Examinadora deliberou e decidiu pela APROVAÇÃO do referido trabalho, com o conceito 9,1 à monografia divulgando o resultado ao aluno e demais presentes e eu, na qualidade de Presidente da Banca, lavrei a presente ata.

Jorge de Menezes Rodrigues
Presidente da Banca Examinadora

Selma Souza de Oliveira
Orientador (a)

José de Alcântara Filho
Avaliador 1

Cristina Carvalho de Araújo
Avaliador 2

Nayara Cristina da Silva Souza
Aluna

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais que sempre me apoiaram concedendo-me educação para a vida. Aos meus colegas e amigos pelo apoio e presença nessa caminhada de aprendizado.

A Universidade Estadual do Amazonas que abre tantos caminhos e em especial a minha orientadora, Profa. Msc. Selma S. de Oliveira, por suas importantes contribuições desenvolvimento do trabalho e por ser razão de intensa motivação, paciência e inspiração.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRAFICOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O Aprender parte da construção contínua do saber, não é uma transferência de conhecimento, entre professor e aluno, mas criar as oportunidades para a sua produção. Entretanto, as confusões demonstradas pelos alunos relacionadas ao entendimento de conceitos matemáticos parecem ser comum no ambiente escolar.

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), um dos componentes do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), que avalia os estudantes de escolas públicas em Língua Portuguesa e Matemática utiliza uma escala de desempenho específica das disciplinas capaz de descrever, em cada nível, as competências e as habilidades que os alunos são capazes de demonstrar. Essa escala apresentou em uma mesma métrica os resultados do desempenho dos estudantes, em Matemática, de todas as séries, avaliados nos anos de aplicação dos testes (1990, 1993, 1995, 1997, 1999, 2001, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013,2015 e 2017) e mostrou o porcentual dos alunos que construíram as habilidades desejáveis para a sua série e os que estão abaixo ou acima do esperado.

A escala de Matemática é composta por sete níveis do 150 ao 300, que variam de 25 em 25 pontos e são cumulativos, ou seja, o que os alunos demonstraram saber em um nível está incorporado nos níveis posteriores da escala. Cada nível é constituído pelas habilidades descritas somadas às habilidades dos níveis anteriores. Embora tenham registrado avanços em relação ao último Saeb, 2017, a maioria dos alunos do 9º ano do ensino fundamental ainda estão no patamar insuficiente de aprendizado. Eles tiveram média de 258 pontos em português e matemática e estão dentro do nível 3. Níveis de 0 a 3 são considerados insuficientes; entre 4 e 6 os alunos têm nível de conhecimento básico; e a partir de 7 até 9, adequado.

Os dados, do relatório do SAEB 2017, mostraram que os estudantes chegaram a um nível maior de aprendizagem, nas disciplinas do 5º ano, ao final dos anos iniciais do Ensino Fundamental I, do que no 9ª ano, anos finais. Esse fato é um indicador de uma crescente dificuldade dos alunos na compreensão dos conteúdos de Matemática a partir do 6º ano. Um dos motivos pode ser o longo tempo que os alunos utilizaram os números naturais e de repente lhes é apresentado, por grande parte dos professores de matemática, um novo conjunto, com regras, que eles têm que decorar, sem nenhuma compreensão. O conjunto dos números inteiros relativos é a base para a compreensão dos conteúdos a partir do 7º ano.

Neste trabalho, foi abordado o tópico Números e Operações, cujo foco é o conjunto dos números inteiros relativos, representado pela letra $\mathbb{Z}$. Além do fato de que pesquisadores como Gaston Bachelard, revelaram que muitos professores apresentam resistência em mudar seu método pedagógico, e por isso permanecem com o mesmo processo de ensino ao longo dos anos, sem realizar adaptações ou efetuar mudanças.

Nesse fazer pedagógico geralmente se insere a transmissão de conceitos inadequados que resultam, para os alunos, em um aprendizado sem significado, confuso e com falhas, que se tornam obstáculos para os novos aprendizados. Dessa forma, o discente prossegue em seus estudos levando consigo elementos mal elaborados que servem de “pedras de tropeços” para a compressão e aplicação de novos tópicos da matemática. Além disso, muitas vezes ele não conhece a origem de determinado assunto, qual o motivo da sua criação e quais as suas transformações com o passar do tempo.

Assim nasce, no presente trabalho, o objetivo geral de identificar como ocorre o processo de ensino e aprendizagem do conjunto dos números inteiros relativos e quais os obstáculos presentes, deste conteúdo, nas aulas de matemática, que dificultam a aprendizagem desse conteúdo, pelos alunos. O foco deste trabalho terá suporte na análise sobre o conceito de obstáculos, e nessa linha de pesquisa destacamos o caráter epistemológico.

A identificação desses obstáculos epistemológicos foi observada em 1 turma de 7°ano e 1 turma 8° ano de uma escola da zona sul de Manaus, por meio de questionários e atividades que abordaram as competências ou limitações dos alunos, quanto à compreensão do conjunto dos números inteiros relativos, suas operações e aplicações em situações problema, a fim de contribuir com o ensino e aprendizagem desse conteúdo, via história da matemática, e dar continuidade nesse processo de construção do saber.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 O ensino de Matemática

De acordo com Brasil (1997) existem duas vertentes opostas relativas ao ensino de Matemática que atinge professores e alunos, de um lado; o reconhecimento de que a Matemática é uma área importante; do outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos, com frequência, em relação à sua aprendizagem, como mostra os indicadores de qualidade do SAEB

A aprendizagem Matemática está ligada à compreensão de conceitos, relações e propriedades; internalizar os significados de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em uma organização, dominada pela ideia de pré-requisito em que os conteúdos se articulam como elos de uma corrente, encarados cada um como pré-requisito para o que vai sucedê-lo, que desconsidera em parte as possibilidades de aprendizagem dos alunos, deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas mais flexíveis.

> Também a importância de se levar em conta o "conhecimento prévio" dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal. (BRASIL, 1997, p. 22)

Ao interpretar dados e informações, o aluno faz dentro de um referencial cujo aspecto é por em teste suas experiências anteriores, em relação aos ensinamentos e informações obtidas. Porém, na maioria das vezes o conhecimento prévio do aluno não é utilizado como uma ferramenta para aprimorar sua base de ensino. E o discente acaba levando consigo lacunas e conteúdos mal elaborados que resultam no detrimento do saber.

Bicudo e Garnica (2001), afirmam que o processo de ensino e aprendizagem de matemática envolve vários elementos: práticas, conceitos, abordagens e tendências e exigem um tratamento teórico que lhe serve de base. Assim, o ensino da matemática não pode ser fundamentado apenas nas teorias; há a necessidade de criação de novas práticas no decorrer do tempo e a evolução na direção do conhecimento construtivo. Portanto, esse processo, além de considerar as necessidades dos envolvidos deve também ser acompanhado para que alternativas de práticas e metodologias mais adequadas, possam ser sugeridas e efetivadas.

1.2 Obstáculos epistemológicos

O conceito de obstáculos epistemológicos na perspectiva de Gaston Bachelard (1884-1962) esta ligada a construção do conhecimento científico. Seus estudos focaram-se principalmente em assuntos referentes à filosofia da Ciência; toda a sua obra está marcada por uma reflexão sobre a filosofia implícita nas práticas efetivas dos cientistas. Seu projeto consistiu em dar às ciências a filosofia que elas merecem. Bachelard morreu em Paris em 16 de outubro de 1962.

Para Bachelard (1972 apud Japiassú 1976) a epistemologia consiste, em seu âmago, na história da ciência da forma que ela deveria ser desenvolvida. Ou seja, todo pensamento ou reflexão, livre das amarras do senso comum, capaz de estabelecer a base funcional das ciências formais ou empírico formais, deve ser necessariamente histórica.

Frente ao desenvolvimento crescente da Ciência no século XX, devido ao surgimento da mecânica e teoria da relatividade, Bachelard, na tentativa de determinar as raízes deste novo espirito científico, propõe uma epistemologia da ciência focada nos aspectos lógico, ideológico e histórico da produção do conhecimento científico. Esta epistemologia que está ligada ao estudo da natureza do conhecimento científico e das particularidades de sua produção, e não mais as suposições de origem biológica.

De forma introdutória, é possível caracterizar a epistemologia da ciência do referido autor como histórica racionalista-empirista, devido a sua oposição às ideias contemplativas, em que o ato de observar os fatos leva o conhecimento. Seus pensamentos estão em um ponto entre o racional e o empírico, pois são fatos que se complementam, não há um racionalismo ou um realismo absoluto. A prova científica afirma-se na experiência e no raciocínio, no contato com a realidade e numa referência à razão (Bachelard, 1996)

O racionalismo deve ser desenvolvido junto à realidade, deve ser dialético, ou seja, algo passível de discussão que nega os conhecimentos anteriores mal adquiridos. É histórico por ser fundamental dado ao fato que é com o material histórico que encontram as justificativas, os norteadores e as bases desse estudo. Sua epistemologia compara as situações atuais com as da antiguidade, em busca de destacar o desenvolvimento cientifico a partir dos erros do passado. (BACHELARD, 1996)

> “Os professores de ciências imaginam que o espírito começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto a ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na aula de física com conhecimentos empíricos já constituídos: não se trata, portanto, de *adquirir* uma cultura experimental, mas sim de *mudar* de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana” (BACHELARD, 1996, p.23).

Para Bachelard (1996), a cultura falha ou erro é necessário a Ciência, pois o conhecimento é desenvolvido a partir da retificação desses erros. Sua opinião fundamenta-se na incerteza da realidade, em que os sentidos podem ser confundidos, e destaca a necessidade de romper com o conhecimento comum para proporcionar o desenvolvimento. Assim, alega que o conhecimento cientifico desenvolve-se a partir do detrimento da cultura primeira. Logo, o professor deve contribuir na mudança dessa cultura, auxiliar na superação de obstáculos criados no cotidiano, substituir o saber fechado por flexível e aberto às possibilidades de aprendizagem.

Nesse contexto, o educador deve ter a sensibilidade de reconhecer seus erros e estabelecer uma relação horizontal com os alunos e não partir do pressuposto de que “quem ensina manda ou o mestre não erra”. Então, os responsáveis pela estagnação do conhecimento são denominados obstáculos. Para o referido autor, “o obstáculo epistemológico é constituído de um conhecimento que faz resistência a um novo conhecimento”.

Em sua obra *A Formação do Espirito Cientifico*, Bachelard (1996) analisou a natureza desses obstáculos epistemológicos da seguinte forma: A Experiência Primeira, caracterizada pelo senso comum e observação. Os Obstáculos Verbais, explicação por meio de analogias, metáforas, existe a conexão de uma palavra concreta a uma palavra abstrata. Os Obstáculos Substancialistas, o uso de imagens ou da atribuição de qualidade aos fenômenos. Os Obstáculos Animistas, caracterizado pelo fato de dar ‘vida’ a muitas representações para explicar determinados conteúdos. Por fim, Os Conhecimentos Unitário e Pragmático caracterizados pelo uso de generalizações exageradas.

1.2.1 Experiência Primeira

O primeiro obstáculo epistemológico, a experiência primeira, é o conhecimento composto do senso comum e observações, ou seja, um espírito pré-científico teme os fenômenos antes de buscar explicações racionais para eles. Assim, um autor pré-científico, em vez de explicar a causa do fenômeno, prefere explicar o sentimento que lhe aflige após o evento. Leva o individuo a ficar imerso em um mar de ignorância tomando estes conhecimentos primários como verdadeiros e rejeitando as novidades que vão contra eles. O espírito científico deve ser reformado constantemente.

> O pensamento pré-científico não se fecha no estudo de um fenômeno bem circunscrito. *Não procura a variação, mas sim a variedade.* E essa é uma característica bem específica: a busca da variedade leva o espírito de um objeto para outro, sem método; o espírito procura apenas ampliar conceitos; a busca da variação liga-se a um fenômeno particular, tenta objetivar todas as variáveis, testar a sensibilidade das variáveis. Enriquece a compreensão do conceito e prepara a matematização da experiência. (BACHELARD, 1996, p. 38)

A experiência primeira caracteriza-se, como algo colorido e pitoresco, que prenda a atenção. Devemos atentar sobre as generalidades da primeira vista, pois logo após já não se visualiza mais nada. Assim, a ciência deve superar a opinião e a observação básica, pois o pensamento empírico acaba prejudicando a formação do espírito científico, tornando-a conflituosa.

Assim, experiências muito fantasiosas, cheias de imagens sem um real objetivo a ser atingido, algo que sirva de base para a construção de uma prática ou saber cientifico deve ser evitada, afim de que impedir a construção superficial dos conceitos. Diante disso, o docente deve estar atento ao planejar e realizar atividades práticas nas aulas, ao levar um jogo ou material áudio visual, para que os alunos não fiquem somente atentos à beleza do experimento, mas também deem a importância para a sua explicação científica. É importante que o professor saiba dar continuidade as experimentações, para que não fiquem lacunas no conhecimento cientifico, em relação ao aprendizado sobre elas.

1.2.2 Obstáculos Verbais

Ao descrever o obstáculo verbal, Gaston Bachelard mostra que um espírito pré-científico consegue associar uma teoria abstrata a uma palavra concreta, bastando apenas esta para explicar a teoria, isto é, a errônea explicação alcançada com apoio de uma palavra explicativa.

Bachelard (1996) utiliza um exemplo clássico, o da esponja para explicar a comum e abusiva extensão do uso das imagens, às vezes incorporadas em um único vocábulo, que pode constituir “toda a explicação”. A metáfora da esponja, como uma imagem generalizada, foi empregada por vários cientistas em referência a substâncias e fenômenos diversos, ar, ferro, eletricidade, gelo, designando a matéria comum. Criou-se o substantivo abstrato e o conceito de “esponjosidade” como uma categoria empírica, o que aparentemente teria sido um avanço em ciência.

Contra esse ponto de vista, ele alerta: “para ser coerente, uma teoria da abstração necessita afastar-se bastante das imagens primitivas” Bachelard (1996, p. 94). Ideias primitivas, imagens particulares podem transformar-se em esquemas gerais, em metáforas, em “metáforas imediatas” – e “metáforas seduzem a razão” (1996, p. 97). Ele cita outros termos que têm efeito semelhante, que são utilizados no cotidiano: alavanca, espelho, peneira, bomba, choque, pólvora.

Nesse obstáculo epistemológico, uma única imagem ou uma única palavra é capaz de explicar uma série de fatos, entretanto ao internalizar o conhecimento seja por meio de uma palavra ou imagem pode-se gerar uma análise distorcida de uma teoria científica, que muitas vezes utiliza os mesmos termos empregados por outras teorias, mas com outros significados. Logo, o descaso para o novo sentido de um termo empregado numa nova teoria constitui por si só um obstáculo à compreensão do conhecimento científico, ou seja, um obstáculo verbal. “O perigo das metáforas imediatas para a formação do espírito científico é que nem sempre são imagens passageiras; levam a um pensamento autônomo; tendem a completar-se, a concluir-se no reino da imagem”. (BACHELARD, 1996, p. 101)

O obstáculo verbal merece uma atenção maior por parte do espírito científico de um educador que se utiliza de metáforas com o intuito de facilitar a compreensão de uma estrutura, mecanismo ou determinado fenômeno natural por parte de seus alunos, pois no intuito de facilitar a compreensão dos alunos pode levá-los a formação de ideias errôneas ou confusas acerca de um conhecimento.

1.2.3 Obstáculo Substancialista

O espírito pré-científico confere à substância qualidades diversas: superficial, profunda, manifesta ou oculta, aproximando etimologias de origem diferentes e dando a impressão de que se adquire um conhecimento. O obstáculo substancialista é formado por “intuições muito dispersas e até opostas” e impede o desenvolvimento do espírito científico, “uma vez que satisfaz uma mente preguiçosa”. Conforme defendido por Bachelard (1996, p. 120).

Logo, para um espírito pré-científico, o fogo elétrico, por ser substancial, participa da substância de onde ele procede, ou seja, a “substância” eletricidade, ao atravessar corpos que possuem as mais variadas propriedades, ficará naturalmente impregnada das substâncias em que ela passa: o leite, o vinho, o vinagre ou a cerveja. Assim, o fogo elétrico quando examinado por espíritos pré-científicos, produz centelhas diferentes, quanto à cor e à acidez, decorrente das substâncias por ela atravessada. Essas falsas qualidades atribuídas pela intuição de corrente elétrica são, uma ilustração pura da influência do obstáculo substancialista.

Assim, de acordo com Fogaça (2013), os realistas procuram uma investigação científica contida no aspecto concreto, sem partir para o abstrato. Esse obstáculo impede que o dado seja ultrapassado, trata apenas do concreto. Apresenta, na maioria das vezes, imagens e analogias para descrever o real, sem ao menos se preocupar com uma compreensão, determinação precisa e detalhada das relações com outros objetos.

1.2.4 Obstáculo Animista

O obstáculo animista caracteriza-se por atribuir vida e características humanas às substâncias para explicar fenômenos, em que se busca relacionar questões vitais em questões inanimadas. O que leva a uma visualização grosseira e equivocada dos fenômenos por parte do pré-cientista e, por consequência, acaba desenvolvendo neste uma crença que o indivíduo compreenda como verdadeira. Entretanto, a fim de que as ciências físicas conseguissem se libertar da capacidade de animação, houve a necessidade por parte de o espírito científico superar este fetichismo da vida, que era tão enraizado ao espírito pré-científico.

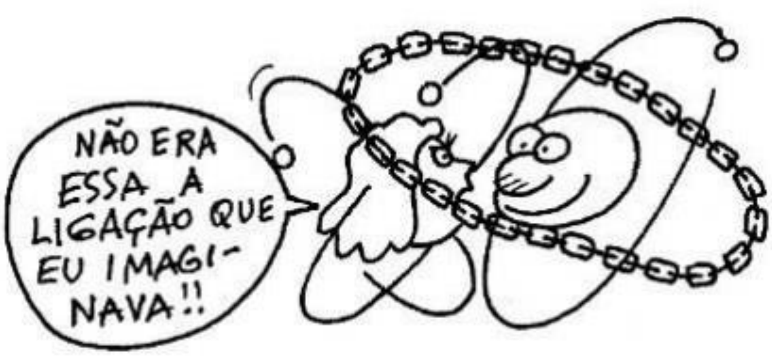
> (...) preocupação constante de comparar os três reinos da Natureza, às vezes a respeito de fenômenos muito especiais. Não é apenas um jogo de analogias, mas a real necessidade de pensar de acordo com o que imaginam ser o plano natural. Sem essa referência aos reinos animal e vegetal, os estudiosos teriam a impressão de trabalhar sobre abstrações. Assim, (...) Os três reinos são, com toda a evidência, princípios de classificação muitíssimo valorizados. Tudo o que foi elaborado pela vida carrega essa marca inicial como valor indiscutível. (BACHELARD, 1996, p. 188)

A crença nessa conexão entre os três reinos (vegetal, animal e mineral) leva ao espírito pré-científico a admitir que se possa provar a aproximação da natureza viva à natureza inanimada. Visto que para este espírito a presença de energia que liga o imã ao metal demonstra o princípio da vida.

O que leva Bachelard (1996) a se preocupar com o obstáculo animista, pois as relações analógicas feitas entre os fenômenos biológicos e os fenômenos físicos, acabavam por ofuscar a compreensão destes ao supervalorizar a vida, na medida em que concedem um valor superior aos fenômenos vitais em detrimento dos outros.

Muitos professores se utilizam de recursos animistas para trazer do microscópio uma visualização dos fenômenos e conteúdos, porem há a ocorrência de representações grosseiras e com graves equívocos conceituais. Além de não permitirem uma abstração do conhecimento científico, acabam impregnando, nos alunos, uma crença que eles compreendem como verdadeira.

Figura 1: Representação animista do Átomo



Fonte: HARTWING et al. (Cap. 5, p.138) *apud* LEITE; SILVEIRA; DIAS, 2006.

Ao analisar a imagem acima observamos uma conversa entre átomos, um do sexo masculino e outro do feminino, sendo dotados de característica humanas como a expressão facial, olhos, cabelos, bocas e narizes . Percebemos que o átomo é representado como um ser racional, com seus próprios sentimentos e vontades e a capacidade de dialogar.

1.2.5 O Conhecimento Unitário e Pragmático

O conhecimento unitário e pragmático é aquele que o espírito pré-científico vê na unidade um princípio alcançado sem maiores esforços. A natureza é tida como única, isto é, tudo o que explicar “o grande” deve explicar “o pequeno” e vice-versa, em outras palavras, o que é verdadeiro para o grande deve ser igualmente verdadeiro para o pequeno e vice-versa.

Segundo a mentalidade pré-científica o mundo é uma unidade harmônica que leva ao estabelecimento de uma delimitação, em que as diversas atividades naturais tornam-se manifestações de uma só Natureza. Com isso as analogias que provocam fugas de ideais, impedem a curiosidade limitando a experiência e o pensamento científico. Somado a um pragmatismo, hábito mental de reduzir o sentido dos fenômenos à avaliação de seus aspectos úteis, o espírito pré-científico é incapaz de conceber a ideia de um fenômeno inútil. Para ele a utilidade é clara e capaz de explicar, é nela que se encontra a função real do verdadeiro.

> Um dos obstáculos epistemológicos em relação com a unidade e o poder atribuídos à Natureza é o coeficiente de realidade, que o espírito pré-científico atribui a tudo o que é natural. Há nisso uma valorização indiscutida, sempre invocada na vida cotidiana e que, afinal, é causa de perturbação para a experiência e para o pensamento científico. (BACHELARD, 1996, p. 113)

Observamos assim que a unicidade está ligada a uma visão de perfeição e homogeneidade da natureza, já o aspecto pragmático está ligado à força da indução utilitarista, a tendência a se procurar uma função, um objetivo para explicar um determinado fenômeno. De uma forma geral, podemos dizer que este obstáculo é unitário no sentido de unidade dos processos naturais e é pragmático para que todos estes processos tenham uma finalidade, um uso, uma utilidade. Dessa forma, é impossível para um espírito pré-científico conceber experiências que possam colocar em conflito verdade e utilidade, as quais estão sempre associadas.

O conhecimento pragmático traduz-se na procura do caráter utilitário de um fenômeno como princípio de explicação. Bachelard afirma que muitas generalizações exageradas provêm de uma indução pragmática ou utilitária. Em sala de aula, constata-se quando os alunos se referem a aspectos utilitários dos conceitos, como por exemplo: “a fotossíntese é a função que purifica o ar que nós respiramos”, parece que isto é suficiente para definir os conceitos.

1.3 Obstáculos Epistemológicos e a Matemática

O primeiro autor a fundamentar a noção de obstáculo epistemológico na Matemática foi Guy Brousseau, garantindo, ao contrário de Bachelard, que é possível encontrar obstáculos na Matemática. Brousseau retoma a ideia de que o conhecimento surge a partir da ruptura de um conhecimento anterior ao afirmar que:

> O sentido de um conhecimento matemático se define não apenas pelo conjunto de situações onde este conhecimento é realizado como teoria matemática, não somente pelo conjunto de situações onde o sujeito o encontrou como meio de solução, mas também pelo conjunto das concepções, das escolhas anteriores que ele rejeita, dos erros que ele evita, pelas economias que ele proporciona, as formulações que ele retoma, etc. (BROUSSEAU, 1976, p.170, apud MOTTA, 2006)

Para Brousseau os obstáculos se manifestam "através dos erros, mas estes erros não são devido ao acaso, fugazes, erráticos, eles são reprodutíveis, persistente". Desse modo, esses erros estão ligados em uma fonte comum: um modo de conhecer, uma concepção coerente, correta em um contexto anterior, um conhecimento antigo e que obteve êxito em todo domínio de ações anteriores. Esses erros não são explícitos e não costumam "desaparecer radicalmente, de uma forma rápida, eles resistem", ressurgem em outros, se manifestam muito tempo depois do "sujeito ter rejeitado o modelo defeituoso de seu sistema cognitivo consciente" (BROUSSEAU, 1976).

Assim, esses erros recorrentes e não aleatórios não são necessariamente frutos da ignorância, da incerteza ou do acaso, mas fruto de um conhecimento anterior que tinha sentido, era significativo naquele momento e que então se revela falso, inadaptado ao novo contexto. Estes erros podem se constituir obstáculos, tanto para o professor, quanto para o aluno. Brousseau concebe, portanto, o erro como uma manifestação explícita de um conjunto de concepções espontâneas que se tornam obstáculo à aquisição e ao domínio de novos conceitos.

A superação dos obstáculos deve integrar o projeto de ensino e o erro se constituir em passagem obrigatória, uma vez que ele é necessário para desencadear o processo de aprendizagem do aluno e contribuir para o professor situar as concepções deste aluno, compreendendo os obstáculos subjacentes e, assim, poder agir.

Brousseau ainda alerta sobre o fato de que um obstáculo epistemológico não se manifesta apenas por meio de erros recorrentes, mas também pela impossibilidade de enfrentar certas questões ou por uma resolução insatisfatória.

De acordo com Perrin Glorian (1995), Brousseau retoma as ideias de Duroux, de que um obstáculo é um conhecimento, uma concepção, não uma dificuldade ou falta de conhecimentos. Este conhecimento produz respostas adaptadas num certo contexto, frequentemente encontrado; entretanto, ele produz respostas falsas fora desse contexto. Uma reposta correta e universal exige um ponto de vista notavelmente diferente.

Esse conhecimento resiste às contradições com as quais ele é confrontado e ao estabelecimento de um conhecimento melhor. Entretanto, não basta possuir um conhecimento melhor para que o precedente desapareça, é indispensável identificá-lo e incorporar a sua rejeição no novo saber, depois da “tomada de consciência de sua inexatidão, ele continua a manifestar- se de modo intempestivo e obstinado”. (GLORIAN, 1995)

Em seus estudos, inspirado pela Epistemologia de Bachelard, Brousseau, caracteriza as origens dos obstáculos encontrados na Matemática da seguinte forma.

Obstáculos didáticos de origem epistemológica: inerentes ao conhecimento matemático e identificáveis pelas dificuldades encontradas, pelos matemáticos, para os superar na história. Exemplo: a associação do número zero com o “nada”.

Obstáculos didáticos de origem didática: resultantes de uma transposição didática que aparentemente depende de uma escolha do professor ou de um projeto pedagógico. São conhecimentos mal elaborados, incompletos que tendem a ser transmitidos pelos professores. Exemplo: a concepção dos números decimais como dois números inteiros separados por uma vírgula;

Obstáculos didáticos de origem ontogênica: resultantes da limitação (intelectual ou física) do aluno em um determinado momento de seu desenvolvimento. Exemplo: a construção do conceito de volume não é possível antes dos 10 anos de idade aproximadamente, segundo a teoria piagetiana;

Obstáculos didáticos de origem cultural: fruto de concepções errôneas, equivalem a certas maneiras de pensar, mas que não correspondem a conhecimentos científicos reconhecidos. Por exemplo, a ideia da multiplicação como uma sucessão de adições; no conceito de probabilidade a ideia de sorte como determinante para se ganhar ou perder um jogo, ou seja, a crença do acaso como determinante do destino.

Em seus estudos, Brousseau (1976) identificou alguns obstáculos epistemológicos presentes no ensino/aprendizagem de Matemática. São eles:

- Dificuldade em aceitar que se possa obter um aumento por uma divisão e uma diminuição por uma multiplicação;
- Dificuldade de aceitar a dupla escrita dos decimais: frações decimais ou numerais decimais periódicos (por exemplo, 1,5 ; $\frac{3}{2}$ e 1,4999...)
- Dificuldade de conceber o produto de dois números decimais

Com relação ao universo dos números relativos destaca-se o trabalho Epistemologia dos Números Relativos de Glaeser (1985), publicado originalmente na Recherches en Didactique des Mathématiques, em 1981. Segundo o educador matemático, os obstáculos epistemológicos relacionados a este conceito são:

- (1) Inaptidão para manipular quantidades negativas isoladas;
- (2) Dificuldades de dar sentido às quantidades negativas isoladas;
- (3) Dificuldade de homogeneização da reta numérica;
- (4) Ambiguidade dos dois zeros (zero absoluto e zero origem);
- (5) A estagnação no estágio das operações concretas. É a dificuldade de afastar-se de um sentido "concreto" atribuído aos seres numéricos;
- (6) O desejo de fazer funcionar um *bom* modelo aditivo para o domínio multiplicativo.

Após estudar a história do desenvolvimento dos números relativos nos trabalhos de alguns matemáticos, Glaeser (1985) organizou uma tabela mostrando os possíveis obstáculos com os quais eles se depararam. Em sua notação, o símbolo “+” significa que já ocorreu a ruptura de tal obstáculo. O símbolo “**–“** indica que o matemático não transpôs o obstáculo. O sinal de pontuação “**?”** destina-se a casos que ele não se julgou capaz de responder.

Tabela 1: Os possíveis obstáculos dos números relativos

Obstáculos / Autores	1	2	3	4	5	6
Diofante	–					
Simon Stevin	+	–	–	–	–	–
René Descartes	+	?	–	?		
Colin Mc Laurin	+	+	–	–	+	+
Léonard Euler	+	+	+	?	–	–
Jean d'Alembert	+	–	–	–	–	–
Lazare Carnot	+	–	–	–	–	–
Pierre de Laplace	+	+	+	?	–	?
Augustin Cauchy	+	+	–	–	+	?
Herman Hankel	+	+	+	+	+	+

Fonte: GLAESER,1985, p.309

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) salientam que os alunos podem enfrentar alguns obstáculos na concepção dos números inteiros relativos. São eles:

- Conferir significado às quantidades negativas;
- Reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir do zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido;
- Reconhecer diferentes funções para o zero (zero absoluto e zero origem);
- Perceber a lógica dos números negativos que contraria a lógica dos números naturais – por exemplo, é possível "adicionar 6 a um número e obter 1 no resultado" como também é possível "subtrair um número de 2 e obter 9". (BRASIL, 1998)

1.4 Os números Inteiros

Os chineses utilizavam números negativos desde o primeiro século de nossa era. De acordo com Jahn (1994) eles efetuavam cálculos e resolviam equações interpretando esses números como simples subtraendos, indicando os coeficientes positivos por gravetos vermelhos e os negativos por gravetos pretos, que eram manipulados sobre um tabuleiro. Esse esquema de cores também era encontrado nos trabalhos escritos. Com relação às regras de sinais, apesar de não terem sido definitivamente afirmadas em qualquer tratado chinês até 1299, elas já eram conhecidas e utilizadas constantemente.

Além dos chineses, os hindus também utilizaram muito cedo os números negativos, Brahmagupta (séc. VII) foi um dos primeiros a aceitá-los. Ele falava em "quantidades positivas e negativas". Como a aceitação desses números gerou muitas controvérsias, somente na metade do século XIX é que os números negativos adquiriram efetivamente estatuto de número se igualando aos positivos, principalmente nos trabalhos do alemão Hankel de 1867. A vantagem de seu trabalho foi a abordagem em outra perspectiva, a de que os números não são descobertos, mas sim inventados, imaginados, o que descartou a necessidade de extrair da natureza exemplos práticos que os explicam. Enquanto isso, na Europa, Fibonacci (1170-1240) segue a postura árabe em seu livro "Líber Abaci" em 1202, que trata de utilizar os algarismos indo-arábicos, livro que se consolida como uma espécie de manual para o estudo e ensino de matemática. Anos mais tarde, na obra "Flos" de 1225, interpreta uma raiz negativa desenvolvendo um problema financeiro em termos de perda e ganho.

Por volta do século XV, no Ocidente, os números negativos aparecem, sobretudo entre os matemáticos que se preocupavam e desenvolviam o trabalho com as equações e suas raízes. Nos problemas resolvidos por Chuquet de 1484 e citados no trabalho de Jahn (1994), por exemplo, ele substituía a escrita da raiz de uma equação de "m[1] 5 $\left(\frac{7}{2}\right)$ " para $-\ 5\left(\frac{7}{2}\right)$) , mostrando sua aceitação a solução negativa.

Segundo Jahn (1994), Viète (1540-1603), considerado talvez o maior algebrista de seu tempo, permitiu uma compreensão dos números negativos a ponto de que estes não mais fossem rejeitados. A referida autora acrescenta que no séc. XV Michael Stifel (1486-1567) escreveu a "Aritmética Integra", considerado um dos mais importantes livros de álgebra impressos que privilegia de maneira significativa os números negativos, os radicais e as

---

[1] Notação italiana para negativo

potências. Ao utilizar os coeficientes negativos em equações, Stifel reduzia muitas equações quadráticas a uma única forma e apresentava uma regra especial para o emprego do sinais + ou - .

Ainda, no trabalho de Janh (1994), encontra-se a sequência denotada por Stifel e é possível notar que ele conhecia bem as propriedades dos números negativos e os chamava de "números absurdos". Ainda que não admitisse os negativos como raízes, difundiu o uso dos sinais + e - em detrimento à notação italiana "**m** para negativo ou menos e **p** para positivo ou mais". Também, os símbolos **+** e **-** são atribuídos a outro matemático alemão, Windman (1460 -1498), que em 1489 publicou um livro de aritmética comercial considerado o primeiro a trazer esta representação.

A aceitação dos números negativos seguiu longa e demorada trajetória. Só no século XIX que eles foram interpretados como uma ampliação dos números naturais, incorporaram as leis da Aritmética e passaram então a integrar a hierarquia dos sistemas numéricos como conjunto dos números inteiros relativos. A partir de então a interpretação desses números passaram a fazer parte do cotidiano e também suas operações no interior da matemática na resolução de situações problema e equações algébricas.

CAPITULO 2

METODOLOGIA DA PESQUISA

2.1 Sujeitos da pesquisa

Os sujeitos da pesquisa foram 2 professores, um da turma de 7° ano, um de uma turma de 8°ano e 30 alunos, na faixa etária de 12 a 14 anos, 16 alunos do 7º ano e 14 do 8º ano, do turno matutino, de uma escola pública, localizada na Zona Sul da cidade de Manaus, que foram observados; a turma do 8° ano observada durante os meses de março e junho, já do 7° ano, outubro e novembro, de 2019.

2.2. A abordagem metodológica

No que tange ao delineamento metodológico, esta pesquisa é de natureza qualitativa, no sentido de buscar compreender aspectos singulares e não meramente a sua caracterização. Este tipo de pesquisa se preocupa com o significado dos fenômenos e processos sociais, por levar em consideração o contexto em que foi feita a análise e de procurar explicações para os resultados, em variáveis observadas na coleta de dados. Também foram utilizados dados quantificáveis na análise das respostas dos entrevistados.

Ao considerar a natureza qualitativa, segundo Godoy (1995), as caraterísticas básicas de uma pesquisa qualitativa, destacam-se; A utilização do ambiente escolar como fonte direta de dados; O pesquisador como o instrumento principal da investigação; Os dados predominantemente descritivos, obtidos a partir da observação e questionários. Para Alves (1997), os investigadores qualitativos fazem parte de um universo, em que o "... conhecedor e conhecido estão sempre em interação e a influência dos valores é inerente ao processo de investigação".

Assim sendo, a abordagem deste trabalho é de natureza Qualitativa porque utilizou o método quantitativo, para a realização de uma análise mais aprofundada sobre o tema pesquisado e sua importância para as construções cientificas. Através dela é possível entender um pouco mais sobre as diferentes realidades sociais, além de outros objetos de estudo.

2.3 Os instrumentos de coleta de dados

A pesquisa foi realizada a partir da realidade vivenciada em duas turmas diferentes, uma turma do 7° ano e outra do 8° ano, voltada para a análise da pratica docente, sobre o papel do professor de matemática, no contexto da sala de aula, como mediador do saber escolar. Por meio da vivencia em sala analisou-se o processo de ensino e verificaram-se os obstáculos epistemológicos inseridos na prática docente.

Com relação à análise da aprendizagem dos discentes, no final do período de imersão das aulas foi feita a coleta de dados, por meio da aplicação de um questionário sobre números inteiros (APENDICE A), elaborado com o objetivo de verificar a concepção dos alunos sobre os números inteiros relativos, com perguntas que auxiliaram na identificação dos conceitos inadequados que servem de "pedras de tropeços" para a compressão de vários conteúdos da matemática, caracterizados como "obstáculos epistemológicos".

Em Matemática (com foco na resolução de problemas) foram avaliadas habilidades e competências definidas em unidades chamadas descritores, agrupadas em temas que compõem a Matriz de Referência dessa disciplina.

As matrizes de Matemática da Prova Brasil e do Saeb estão estruturadas em duas dimensões. Na primeira dimensão, "*objeto do conhecimento",* foram elencados seis tópicos, relacionados as habilidades desenvolvidas pelos estudantes. A segunda dimensão refere-se às "competências" desenvolvidas pelos estudantes. E dentro desta perspectiva, foram abordados os descritores do tópico de Números e Operações, ou seja, houve uma tentativa de contemplar as habilidades e competências esperadas para o eixo *"Números e Operações"* nas séries em questão.

Os descritores do SAEB e da Prova Brasil, contemplados nos questionários, foram: identificar a localização de números inteiros na reta numérica (D16 – 8ª série); efetuar cálculos com números inteiros envolvendo as operações (D18 – 8ª série); resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (D20 – 8ª série).

Além dos descritores mencionados, o questionário contemplou exercícios relacionados ao reconhecimento e à utilização de algumas características dos números inteiros relativos, como módulo e a ideia de sucessor e antecessor.

Os questionários foram aplicados nas turmas do 7º e 8º ano, para analisar a ideia que os alunos possuíam sobre os números inteiros relativos e identificar *erros recorrentes e não* *aleatórios*, apresentados por eles, que se constituíam em obstáculos, segundo Brousseau (1976), relativos ao ensino da Matemática.

As questões dispostas no apêndice A tiveram como principais objetivos verificar a habilidades e competências dos alunos a respeito dos números inteiros relativos e se eles realizam corretamente as quatro operações básicas nesse nível de ensino.

CAPÍTULO 3

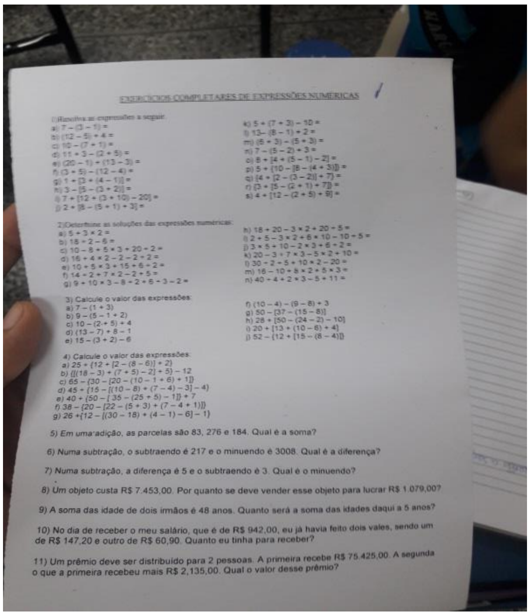
APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

3.1 Análise das Aulas dos 7° e 8° anos

A etapa de observação da turma do 8° ano foi durante os meses de março e junho, já do 7° ano, outubro e novembro, meses em que o assunto conjuntos numéricos foi abordado, pelos professores das duas turmas. Durante esse período foi possível identificar que os professores A e B do 7° e 8° ano, respectivamente, trataram os conteúdos em uma organização, dominada pela ideia de pré-requisito. Expuseram os conteúdos segundo a disposição do livro didático adotado, além de um perceptível estado de conforto ao evitar novas praticas pedagógicas optando por uma na execução de um padrão das aulas como se não precisassem de melhorias ou até mesmo mudanças. Essa modalidade de ensino confirma o pensamento de Bachelard (1996, p. 24) quando afirma que: "No decurso de minha longa e variada carreira, nunca vi um educador mudar de método pedagógico. O educador não tem o senso de fracasso justamente porque se acha um mestre".

A forma esquemática utilizada, expor os conteúdos segundo a disposição do livro didático adotado, além de um perceptível estado de comodismo na execução das aulas, de acordo com Brasil(1998), priva os alunos de utilizar seu saber e experiência pessoal. O esquema de aula utilizado pelo professor B sempre iniciado pela disposição do assunto na lousa, seguido da explicação do conteúdo e por fim uma série de exercícios de fixação que no final das aulas eram resolvidos na lousa pelo docente. Essa prática tornou os discentes dependentes e sem iniciativa e quando eles eram postos em situações (trabalhos, prova ou avaliações) em que não poderiam contar com esse tipo de auxílio do professor a maioria da turma não conseguiu desenvolver as questões propostas.

Figura 2: Lista de Exercício


EXERCÍCIOS COMPLETARES DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS

1) Resolva as expressões a seguir:

a) 7 − (3 − 1) =
b) (12 − 5) + 4 =
c) 10 − (7 + 1) =
d) 11 + 3 − (2 + 5) =
e) (20 − 1) + (13 − 3) =
f) (3 + 5) − (12 − 4) =
g) 1 + [3 + (4 − 1)] =
h) 3 − [5 − (3 + 2)] =
i) 7 + [12 + (3 + 10) − 20] =
j) 2 + [8 − (5 + 1) + 3] =
k) 5 + (7 + 3) − 10 =
l) 13 − (8 − 1) + 2 =
m) (6 + 3) − (5 + 3) =
n) 7 − (5 − 2) + 3 =
o) 8 + [4 + (5 − 1) − 2] =
p) 5 + {10 − [8 − (4 + 3)]} =
q) {4 + [2 − (3 − 2)] + 7} =
r) {3 + [5 − (2 + 1) + 7]} =
s) 4 + [12 − (2 + 5) + 9] =

2) Determine as soluções das expressões numéricas:

a) 5 + 3 × 2 =
b) 18 ÷ 2 − 6 =
c) 10 − 8 + 5 × 3 + 20 ÷ 2 =
d) 16 + 4 × 2 − 2 − 2 ÷ 2 =
e) 10 + 5 × 3 + 15 + 6 ÷ 2 =
f) 14 ÷ 2 + 7 × 2 − 2 + 5 =
g) 9 + 10 × 3 − 8 ÷ 2 + 6 ÷ 3 − 2 =
h) 18 + 20 − 3 × 2 + 20 ÷ 5 =
i) 2 + 5 − 3 × 2 + 6 × 10 − 10 ÷ 5 =
j) 3 × 5 + 10 − 2 × 3 + 6 ÷ 2 =
k) 20 − 3 + 7 × 3 − 5 × 2 + 10 =
l) 30 ÷ 2 − 5 + 10 × 2 − 20 =
m) 16 − 10 + 8 × 2 + 5 × 3 =
n) 40 ÷ 4 + 2 × 3 − 5 + 11 =

3) Calcule o valor das expressões:

a) 7 − (1 + 3)
b) 9 − (5 − 1 + 2)
c) 10 − (2 + 5) + 4
d) (13 − 7) + 8 − 1
e) 15 − (3 + 2) − 6
f) (10 − 4) − (9 − 8) + 3
g) 50 − [37 − (15 − 8)]
h) 28 + [50 − (24 − 2) − 10]
i) 20 + [13 + (10 − 6) + 4]
j) 52 − {12 + [15 − (8 − 4)]}

4) Calcule o valor das expressões:

a) 25 + {12 + [2 − (8 − 6)] + 2}
b) {[(18 − 3) + (7 + 5) − 2] + 5} − 12
c) 65 − {30 − [20 − (10 − 1 + 6) + 1]}
d) 45 + {15 − [(10 − 8) + (7 − 4) − 3] − 4}
e) 40 + {50 − [35 − (25 + 5) − 1]} + 7
f) 38 − {20 − [22 − (5 + 3) + (7 − 4 + 1)]}
g) 26 + {12 − [(30 − 18) + (4 − 1) − 6] − 1}

5) Em uma adição, as parcelas são 83, 276 e 184. Qual é a soma?

6) Numa subtração, o subtraendo é 217 e o minuendo é 3008. Qual é a diferença?

7) Numa subtração, a diferença é 5 e o subtraendo é 3. Qual é o minuendo?

8) Um objeto custa R$ 7.453,00. Por quanto se deve vender esse objeto para lucrar R$ 1.079,00?

9) A soma das idade de dois irmãos é 48 anos. Quanto será a soma das idades daqui a 5 anos?

10) No dia de receber o meu salário, que é de R$ 942,00, eu já havia feito dois vales, sendo um de R$ 147,20 e outro de R$ 60,90. Quanto eu tinha para receber?

11) Um prêmio deve ser distribuído para 2 pessoas. A primeira recebe R$ 75.425,00. A segunda o que a primeira recebeu mais R$ 2.135,00. Qual o valor desse prêmio?

Fonte: (Autor, 2019)

Esse fato mostrou o detrimento do saber, já que o aluno, durante as aulas do professor B, não demonstrou suas experiências anteriores em relação aos ensinamentos e informações obtidas, uma vez que se encontrou dependente da resolução do professor. Diante disso, o aluno não é capaz de sair de sua zona de conforto, onde suas respostas sempre estarão "certas", para um espaço em que o erro faz parte do aprendizado. Esse procedimento contraria a ideia de Bachelard (1996) em que a cultura ou o erro é necessário a ciência, visto que o conhecimento é desenvolvido a partir da retificação desses erros.

Em relação às aulas do Professor A foi possível encontrar um padrão formado por: escrever o assunto da aula, definições e exemplos no quadro e após a explicação, a aplicação de uma lista de atividades, no livro didático, para os alunos fazerem. Na aula seguinte o docente observava o caderno de cada aluno para verificar se a atividade foi feita e quais as questões que eles apresentaram maior dificuldade para resolver. Após o término da verificação dos cadernos era feito a socialização, com as possíveis formas de resolução, entre os alunos, mediado pelo Professor A.

Diferente do Professor B, ao abrir espaço para um debate das questões, o Professor A estimulou os alunos a realizarem tentativas. O docente assumiu o papel de guiar, com dica, explicações e ratificações de erros, o aluno até as resoluções corretas como afirma Bachelard (1996).

Com relação ao ensino do "Conjunto dos Números Inteiros Relativos" os dois professores não utilizaram práticas diferenciadas (jogos, desafios, problemas contextualizados, softwares educacionais, atividades investigativas e outros). Nas turmas do sétimo e oitavo anos sempre que o professor perguntava sobre a regra do jogo de sinais, para soma e subtração, os alunos respondiam de forma automática. *"Sinais iguais a gente soma e repete o sinal e sinais diferentes subtrai e repete o sinal do maior".*

Diante da resposta dos alunos e de acordo com Bachelard (1996) é notável as características do Obstáculo Verbal, pois o educador ao utilizar de metáforas com o intuito de facilitar a compreensão de uma estrutura ou mecanismo, por parte de seus alunos, pode levá-los a formação de ideias errôneas ou confusas acerca de um conhecimento. Por exemplo, em uma situação em que temos uma simples operação $-9+4$, os sinais são diferentes, e de acordo com a regra de sinais descrita pelos discentes, o maior valor será $+4$, já que 4 é $maior\ que\ -9$ ($4 > -9$). Logo $-9+4 = 5$, sendo que a resposta correta é -5.

A associação errônea da regra de sinais, transmitida pelo professor e descrita pelos alunos, deixou de relacionar, na reta numérica, a distância do número ao ponto de origem (zero) denominada de "modulo do número". Na operação matemática acima, a regra correta é "sinais diferentes subtraem os algarismos e repete o sinal do maior módulo". O que deve ser considerado é o sinal do maior módulo ou distância que o número se encontra, na reta numérica, em relação ao zero. Se essa regra não fosse enunciada, mas descoberta, pelos alunos, por meio da mediação adequada do professor, o obstáculo verbal seria evitado e os alunos não teriam dificuldades em outras operações matemáticas ao longo do curso.

Além da presença do Obstáculo Verbal na regra dos sinais, também está presente outro obstáculo epistemológico, o conhecimento unitário e pragmático, que se caracteriza na procura do caráter utilitário de um fenômeno como princípio de explicação. Bachelard (1996) afirma que muitas generalizações exageradas provêm de uma indução pragmática ou utilitária.

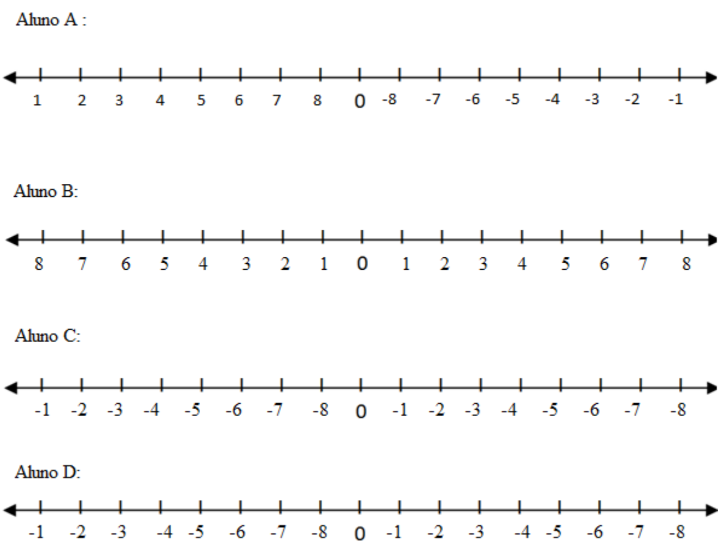
Em sala de aula, constatou-se que quando os alunos se referem a aspectos utilitários dos conceitos, como por exemplo: "a fotossíntese é a função que purifica o ar que nós respiramos" ou ate mesmo a fala "Sinais iguais a gente soma e repete o sinal e sinais diferentes subtrai e repete o sinal do maior", parece que isto é suficiente para que eles definam corretamente os conceitos e apliquem a regra dos sinais de modo satisfatório. Entretanto, não é isso que acontece, os conceitos aprendidos de forma inadequada se tornam "pedras de tropeços" na vida estudantil.

3.2 Análise do questionário sobre números inteiros relativos – 7° e 8° ano

O questionário sobre números inteiros relativos, que se encontra no Apêndice A, é composto por 7 questões que abordam algumas características desses números. Foi respondido por 16 alunos do 7º ano e 14 alunos do 8º ano. Tomando como base os Descritores do Tema III. Números e Operações /Álgebra e Funções.

De forma inicial foi solicitado que os alunos representassem na reta numerada impressa os números inteiros entre -8 e 8. Dos 16 alunos do 7° ano, 12 representaram corretamente, 4 alunos representaram a reta de forma distinta, como mostra a Figura 3.Dos 14 alunos do 8° ano, 11 representam corretamente e 3 deixaram em branco.

Figura 3: Diferentes representações da reta com os inteiros



Fonte: (Autor, 2019)

Nesse caso os alunos A, B, C e D apresentaram, de acordo com Brasil (1998), dificuldade em reconhecer a sequencia dos números inteiros nos dois sentidos da reta numérica a partir do zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido. Além disso, perceber a lógica dos números negativos que contraria a lógica dos números naturais e confirma a fala de Glaeser (1985) quando afirma que os alunos encontram dificuldades na homogeneização da reta numérica, quando trabalham com números inteiros. Visto que há uma maior familiarização quando se trata somente de números naturais.

Esse obstáculo tem origem epistemológica já que motivados pelo fato de no conjunto dos números naturais o sucessor apresentar sempre uma unidade a mais e consequentemente validarem ideias como “4 é antecessor de 5”, os alunos não aceitam escritas do tipo “-5 é antecessor de -4.

A ideia de que o antecessor e o sucessor de um número natural sempre apresenta uma unidade a menos ou a mais, respectivamente, pode se constituir um obstáculo epistemológico na identificação de antecessor e sucessor de números inteiros negativos.

A questão 1 do questionário teve por objetivo verificar se o aluno, apoiado na reta numérica representada, sabia identificar qual era o maior número dentre um par de números inteiros.

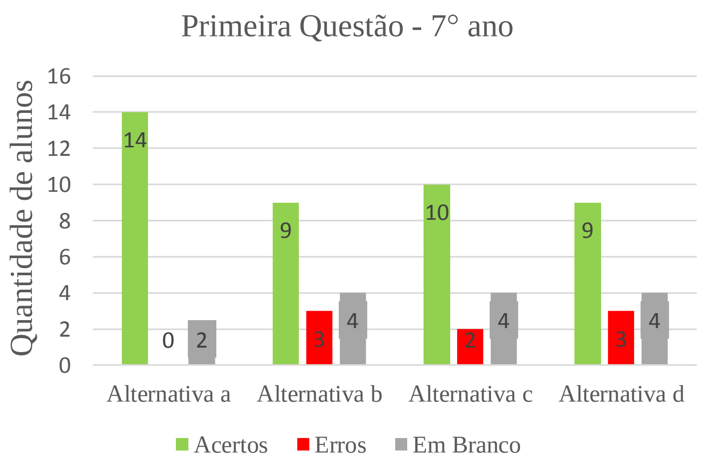
1) Qual número é maior?

a) 5 ou 0? b) -4 ou 0? c) -5 ou 5? d) 3 ou -7?

Os alunos tiveram que indicar o maior número entre os pares. Em relação ao 7° ano as respostas foram as seguintes: no item a, 14 alunos indicaram o número 5 como o maior número, 2 deles deixaram a questão em branco. No item b, 9 alunos indicaram que 0 era o maior número, 3 apontaram o -4 e 4 não responderam a questão. No item c, 10 alunos responderam que o maior número era o 5 , 2 assinalaram – 5 e 4 não responderam. Já no item d, 9 alunos apontaram o número 3 como maior número. Entretanto, 3 alunos indicaram o número -7 como maior entre o par, talvez por terem focado apenas no algarismo ao comparar os números3 e -7, sem levar em consideração o sinal.

Percebe-se, então, no gráfico abaixo que 65% dos alunos não teve problema em identificar o maior número entre os pares que apareceram na reta numerada e que a quantidades de alunos que não responderam é superior aos que erraram.

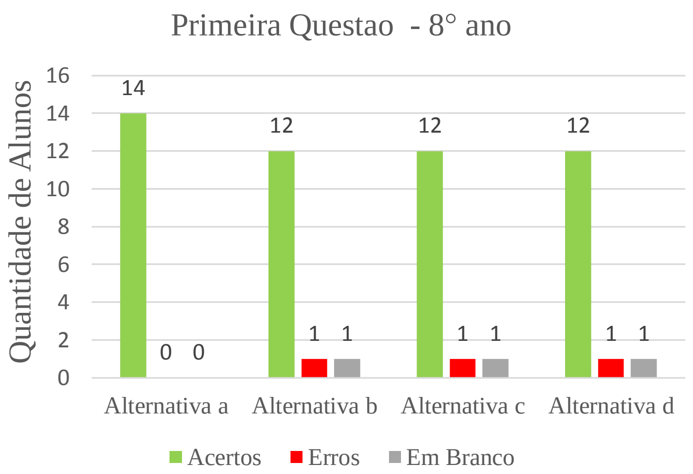
Gráfico 1



Fonte (Autor, 2019)

A analise do 8° ano revelou que todos os 14 alunos responderam 5 como maior no item a); na letra b) foram 12 acertos, 1 erro e 1 aluno deixou a questão em branco. Para os itens c) e d) as quantidades de acertos, erros e em branco são idênticas ao item b). Esse resultado demonstrou que em relação ao item a os alunos não tiveram dificuldades em trabalhar com quantidades negativas isoladas.

Gráfico 2



Fonte (Autor, 2019)

O objetivo da questão 2 foi verificar se os alunos possuíam intuitivamente a ideia de módulo, sem tratar formalmente o conceito; esta é uma questão que pode introduzir a ideia de oposto de um número. Além disso, verificou-se também se os alunos reconheciam o significado do zero posicional ao estabelecê-lo como referência.

2) Com base numa reta numerada, responda as questões a seguir:

a) 5 ou 20? Qual deles está mais distante do ponto zero?

b) -4 ou -8? Qual deles está mais próximo do ponto zero?

c) -7 ou +7? Qual deles está mais próximo do ponto zero?

A maioria dos alunos do 7° não apresentou dificuldade em resolver essa questão. Dos 16 alunos, 14 responderam que na letra a ,o número 20 está mais distante do ponto zero do que o 5; na letra b, 14 alunos reconheceram que o número -4 está mais próximo do ponto zero do que o número -8; na letra c, somente 10 alunos perceberam que os números -7 e + 7 estão a uma mesma distância do ponto 0.

Em relação às respostas dos alunos do 8 ano, todos eles responderam corretamente os item a) e b) . Entretanto, no item c) somente 6 alunos notaram que 7 e + 7 estão a uma mesma distância do ponto 0, demonstrando a dificuldade em analisar e comparar números simétricos e modulo.

A questão 3 verificou se os alunos estavam familiarizados com os números inteiros negativos reconhecendo que o 0 não é o menor número inteiro que existe; além disso houve a pretensão de verificar se os alunos percebiam que não é possível determinar o menor número inteiro. O enunciado trouxe uma questão e uma resposta fictícia sobre o menor número inteiro que existe e questionou se essa resposta estava correta.

3) Veja como Joana respondeu a seguinte questão na prova:

Qual é o menor número inteiro que existe?
O menor número inteiro é o 0 porque não existe nenhum número antes dele.

A resposta de Joana está correta? Por que?

Os alunos do professor A mostraram bastante familiaridade com os números negativos e levantaram hipóteses coerentes para justificar suas respostas. As justificativas se dividiram em dois grupos, o grupo 1, composto por 12 alunos, se apoiou na existência de infinitos números inteiros negativos. Os alunos D, E e F expressaram as ideias que os integrantes do grupo 1 apresentaram para justificar as suas respostas.

- Aluno D – Não, porque depois do zero tem os números negativos, então não existe nenhum menor inteiro, por que eles são infinitos.
- Aluno E – Não, por que os números negativos também são inteiros e eles vem antes do zero.
- Aluno F – Não, os números inteiros são infinitos, pois tem os positivos, o ponto zero e os negativos.

O grupo 2, formado por 3 alunos, justificaram positivamente o pensamento de Joana. Por reconhecerem o zero como menor inteiro existente excluindo a existência dos números negativos do conjunto tratado.

- Aluno H – Sim, 0 é o menor pq ele não e negativo e nem positivo
- Alunos I – Sim, porque depois dele vem os números positivos
- Aluno J – Eu acho que sim porque realmente não existe número antes dele

A fala do grupo 2 mostra que os alunos estão atrelados, de acordo com Brasil (1998), a dificuldade em reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir do zero. Desse modo, o zero ao invés de ser concebido como um número central, que divide os infinitos positivos dos negativos e estabelece o valor de uma unidade positiva para direita e unidade negativa para esquerda, é apenas concebido com um numero natural, no conjunto dos números naturais, em que a sucessão a partir do zero acontece em um único sentido.

A falta de uma alternativa metodológica adequada no processo de ensino e aprendizagem, pertinente à superação desse obstáculo epistemológico, acaba solidificando o erro e o torna uma barreira para a compreensão de que os números inteiros relativos são uma extensão dos números naturais.

Somente 1 aluno justificou sua resposta por meio do Zero, mas o associou ao nada, como é possível observar no discurso abaixo.

- Aluno G – Não, porque o 0 e um numero como ser ele force colocar so por coloca como se ele não foce nada

A resposta do aluno G traduz claramente a existência do obstáculo didático de origem epistemológica, segundo Brousseau (1976), pela falta de valor ou associação do zero ao nada, que grande parte dos professores das séries iniciais transmite aos alunos. Esse obstáculo se constitui em "uma pedra de tropeço" para a apreensão dos conceitos relacionados a existência do zero como numero e como fator operacional.

A ausência de uma abordagem adequada ao número zero, desde as séries iniciais, gera obstáculo, pois o zero é um número e possui funções importantes na matemática. Se o zero fosse nada, ele não poderia ser incluído em vários conjuntos numéricos, como por exemplo, o conjunto dos números inteiros relativos.

Semelhante aos alunos dos 7° ano, a turma do 8°ano se dividiu em grupos para justificar o erro de Joana na 3° questão. O primeiro grupo composto por 7 alunos identificou os números negativos como inteiros .

- Grupo 1: Não esta correta, pois os números inteiros também contem os negativos

O segundo grupo com 3 alunos justificou o erro de Joana na impossibilidade de definir o menor número inteiro. Foram encontrados dois discursos, dentro do grupo 2, para justificar suas opiniões. São eles:

- Aluno B: Não, porque sempre vai existir um numero menor que ele, por exemplo, antes do 0 vem o -1 e depois -2 e vai assim por diante.
- Aluno C, D: Não, porque por mais que eu ache um numero negativo antes do zero, sempre vai existir um menor do que eu achei.

E o terceiro e último grupo, com 4 alunos, concordaram com Joana, justificando-se na ideia que o zero é o menor número inteiro.

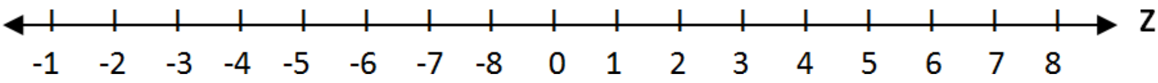
- Aluno D: Sim, esta correta porque Zero é Zero, e os números começam depois dele.
- Aluno E: Sim, porque eu acho que a opinião de Joana está correta e acho porque não existe nenhum numero antes dele também.
- Aluno F: Sim, por que o zero é um numero inteiro.
- Aluno G: Sim, por que concordo como Joana respondeu.

Os alunos D, E, F e G de acordo com os descritores da Prova Brasil, tema III - Números e Operações/ Álgebra e Funções, 8°serie do Ensino Fundamental, já deveriam ter consolidado habilidades de manipulação favoráveis ao desenvolvimento dentro deste assunto, conjunto dos números inteiros relativos, mas na pratica é perceptível que os discentes citados possuem enraizados obstáculos didáticos de origem epistemológica como afirma Brousseau (1976) que os erros não costumam "desaparecer radicalmente, de uma forma rápida, eles resistem", ressurgem e outros, se manifestam.

Assim, o aluno D, ao sinalizar que Joanna, personagem da questão, esta correta ao dizer que o menor numero inteiro é zero, exclui os números inteiros negativos, e justifica seu apontamento com a fala " Zero é Zero [..]" . Dessa forma, mostra a associação do zero ao nada, um reflexo de ensinamentos anteriores que resistiram ao tempo. Além disso, o seu professor de matemática, o professor B, em suas aulas, utiliza uma forma de ensino muito fechada que favorece o fortalecimento desses conceitos inadequados, pois a sondagem e superação dos obstáculos não integra sua forma de ensino. Por consequência, o discente na tentativa de galgar novos passos na vida escolar tropeça nas pedras ou obstáculos não superados.

Ainda no mesmo contexto, uma questão da mesma prova de Joana, a questão 4 trouxe a localização de números inteiros na reta numérica.

4) Na mesma prova, Laura desenhou a seguinte reta numerada:



A professora passou ao seu lado e disse que ela estava fazendo errado. Como você ajudaria Laura a resolver essa questão?

15 alunos do 7° ano perceberam o erro cometido por Laura na identificação da localização dos números inteiros na reta numérica

- Aluno A: Disse que Laura colocou os números negativos de trás para frente, e que antes do zero os números negativos são organizados de ordem contraria a dos positivos.

- Aluno B: Laura inverteu os negativos, eu ia ajudar deixando -1 , mais próximos do zero e – 8 mais distante e assim por diante.

- Aluno C: Falando para ela trocar a posição dos números negativos . antes do 0 vem -1 depois -2 e assim por diante

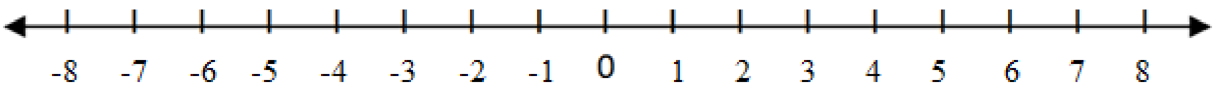
- Aluno D: A reta esta errada porque os números negativos estão numa ordem inversa do que deveria.

Apenas 1 aluno desse grupo apontou não saber de forma clara o erro cometido, mas ao comparar a sua reta com a de Laura, ele argumentou que a maneira como ele fez a disposição da reta é a correta então Laura deveria colocar igual.

- Aluno E: Bem eu não lembro como faz a reta, mas como eu fiz a reta a dela deve esta errada e o jeito que ela fez , então ajudaria a fazer igual a minha que esta certa.

Na 8° ano os alunos que perceberam o erro cometido por Joana, na identificação da localização dos números inteiros na reta numérica, se dividiram em 2 grupos. O primeiro grupo, com 6 integrantes, apresentou a reta numérica correta para ajudar a Laura a resolver a questão.

Figura 4: Representacao da reta correta Primeiro grupo ,alunos 8°ano.



Fonte (Autor, 2019)

Apesar dos alunos do primeiro grupo saberem “consertar” a reta, ficou claro que a maioria deles não sabe efetivamente porque antes do 0 vem o -1, parece não reconhecer o “movimento” de voltar 1 unidade, voltar 2 unidades e assim sucessivamente diferindo do resultado apresentado pelo segundo grupo.

O segundo grupo, composto por 6 alunos, descreveu passo a passo para que a personagem obtivesse êxito em responder a questão.

- Aluno A: ela tem que anda do zero para a esqueda de um em um asim começando por -1 e depois -2 -3 -4 e assim por diante
- Aluno B : Eu diria que do lado do negativo perto do zero é menos 1 e depois menos 2 e assim ate menos 8.

E por fim apenas 2 alunos afirmaram que fariam a reta com mesmo jeito que Laura pois está correta.

A questão 5, teve como objetivo verificar se os alunos reconheciam as estratégias de comparação de números inteiros já solicitadas em outras questões. Os alunos deveriam classificar em verdadeira ou falsa algumas sentenças sobre a comparação de inteiros.

5) Responda (V) para verdadeiro, (F) para falso ou (X) se não souber decidir.

a ( ) Qualquer número positivo é sempre maior que qualquer número negativo.

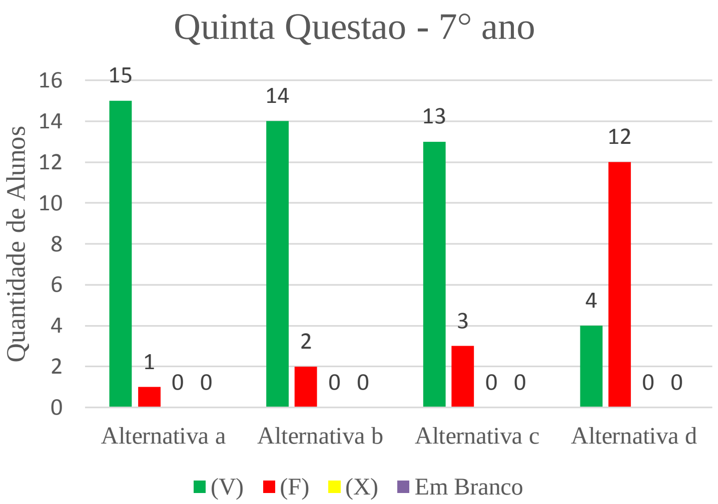
b ( ) O zero é sempre maior que qualquer número negativo e menor que qualquer número positivo.

c ( ) Entre dois números positivos, o maior é aquele mais distante do zero.

d ( ) Entre dois números negativos, o maior é aquele mais distante do zero.

A maioria dos alunos do 7° ano não apresentou dificuldade em resolver essa questão. Os 16 alunos que responderam ao questionário sobre Números Inteiros mostraram conhecer a estratégia de comparação dos números inteiros e generalizaram as comparações realizadas em questões anteriores. 15 alunos classificaram, corretamente, como verdadeira a sentença **"**Qualquer número positivo é sempre maior que qualquer número negativo"; 14 alunos acertaram ao classificar como verdadeira a sentença "O zero é sempre maior que qualquer número negativo e menor que qualquer número positivo"; 13 alunos classificaram corretamente como verdadeira a afirmação "Entre dois números positivos, o maior é aquele mais distante do zero"; e 12 alunos estavam corretos ao assinalar como falsa a sentença "Entre dois números negativos, o maior é aquele mais distante do zero".

Gráfico 3.



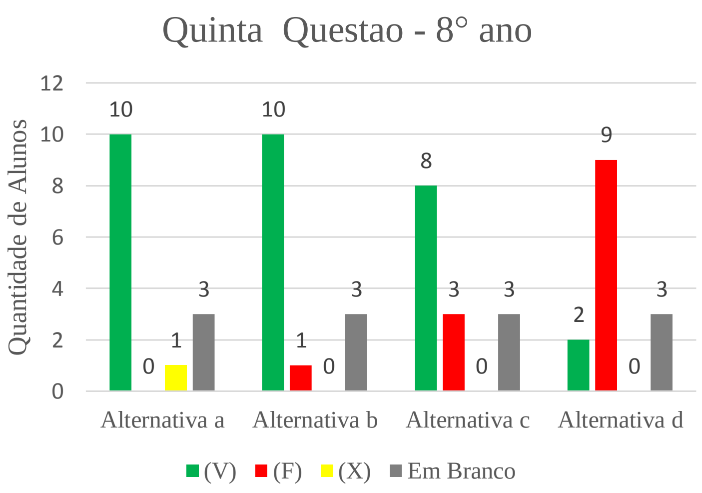
Fonte (Autor, 2019)

Para o aluno que marcou Falso na alternativa a) , segundo Glaeser (1985), esse apontamento indica uma complicação ao trabalhar e atribuir sentido aos números inteiros negativos. Na alternativa b) os 2 alunos que indicaram falso, segundo o referido autor e Brasil (1998) , apresentam dificuldade em reconhecer o zero em seus dois sentidos, numero e origem. E os 3 discentes que assinalaram falso para " Entre dois números positivos, o maior é aquele mais distante do zero"; trazem das series anteriores dificuldades referentes aos números inteiros positivos, ou números naturais, devido a incapacidade de atribuir e classificar grandezas. Por fim, os quatro alunos, ao classificar como verdadeiro a sentença

“Entre dois números negativos, o maior é aquele mais distante do zero”, de acordo com Brasil (1998), possuem uma defasagem em perceber que a lógica dos números negativos contraria a lógica dos números naturais.

8° ano – Dos 14 alunos que responderam ao questionário sobre Números Inteiros 11 mostraram conhecer a estratégia de comparação de números inteiros relativos e generalizaram as comparações realizadas em questões anteriores. Na alternativa a) 10 alunos classificaram, corretamente a questão como verdadeira, o mesmo quantitativo de alunos assinalou verdadeiro para o item b) 8 alunos classificaram a letra c) como verdadeira e por fim, 9 assinalaram como falsa a sentença “Entre dois números negativos, o maior é aquele mais distante do zero”.

Gráfico 4.



Fonte (Autor, 2019)

Vale ressaltar que 3 alunos deixaram em branco todas as alternativas da questão 5. Nesse fato é evidente a presença do obstáculo e segundo Brousseau (1976), o obstáculo epistemológico não se manifesta apenas pelo erro, mas também pela falta de resposta ou impossibilidade de enfrentar certas questões. Tal obstáculo pode estar relacionado ao modo de ensino do professor B, 8°ano, que estimula a dependência e a falta de ação dos discentes ao utilizar uma forma de ensino que não esta aberta à adaptações ou mudanças para que os alunos possam externar se aprenderam ou não em sala de aula.

Ainda em relação a questão 5, os alunos que deixaram todas as alternativas em branco e os que erraram, representam mais de 50% da turma. Isso significa que eles apresentaram as dificuldades descritas por Brasil (1998) e Glaeser (1985). Em comparação a turma do 7° ano, a turma do 8 ° ano apresentou uma quantidade muito maior de obstáculos epistemológicos do que era esperado para essa serie, de acordo com os descritores do 8° anos.

A questão 6 segue o contexto da questão anterior e tem o objetivo de sondar o modo e as ideias dos alunos que marcaram verdadeiro ou falso as alternativas da questão 5

6) Agora justifique a sua escolha para as alternativas marcadas com verdadeiro ou falso.

. O 7° e 8° anos apresentaram ponto em comum nesse quesito, pra justificar não só as afirmativas falsas como também as verdadeiras. Na letra a) os alunos que marcaram verdadeiro (V) justificaram com exemplos ou com a observação da reta feita logo no inicio do questionário. Fato que se repetiu nos itens b) e d).

- Aluno A: -1 é menor e o 1 é maior
- Aluno B: De acordo como que vi na reta o zero é sempre maior que qualquer número negativo e menor que qualquer número positivo
- Aluno C: Do + 1 ate o resto, todos os positivos são maiores, o 0 não tem valor
- Aluno D : 7 e -7 o 7 sempre será maior porque ele é positivo.
- Aluno E : É falso porque o maior numero negativo é sempre aquele que esta mais próximo do zero, tipo -3 é maior que -8.

Já os alunos que opinaram por falso não conseguiram elaborar justificativas coerentes para justificar ou apenas deixaram em branco.

A questão 7 teve por objetivo verificar, a partir de expressões numéricas contendo parêntese ( ) e colchete [ ], se os alunos conseguiam realizar adições e subtrações no universo dos números inteiros.

7) Joao Respondeu as seguintes expressões numéricas

a) $2 + [\,13 - 9 + (6 - 3)]$ b) $2 + [\,13 - (\,9 + 6 - 3)]$

$2 + [\,13 - 9 + 3]$ $2 + [\,13 - (\,15 - 3)]$

$2 + [\,4 + 3]$ $2 + [\,13 - 12]$

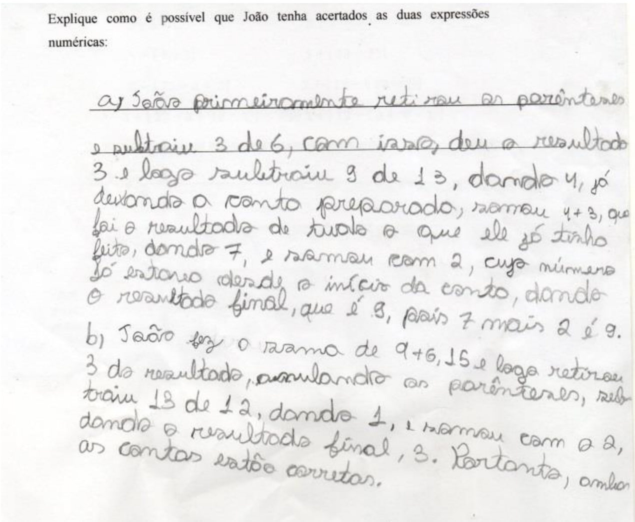
2 + 7 2 + 1

9 3

Explique como é possível que João tenha acertado as duas expressões numéricas:

7° ano- Todos os alunos afirmaram que João tinha acertado devido a organização do parêntese ( ) e colchete[ ] nas duas expressões numéricas itens a) e b). 10 explicaram o passo a passo feito em cada uma das letras e o restante, 6 alunos, apontaram as diferenças entre as questões de acordo com as "linhas."

Figura 5: Aluno A – Explicação passo a passo

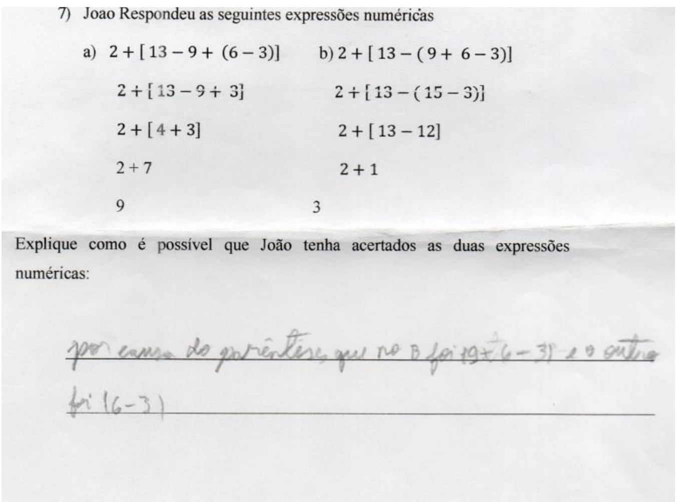

Explique como é possível que João tenha acertados as duas expressões numéricas:

a) João primeiramente retirou os parênteses e subtraiu 3 de 6, com isso, deu o resultado 3 e logo subtraiu 9 de 13, dando 4, já deixando a conta preparada, somou 4+3, que foi o resultado de tudo o que ele já tinha feito, dando 7, e somou com 2, cujo número já estava desde o início da conta, dando o resultado final, que é 9, pois 7 mais 2 é 9.

b) João fez a soma de 9+6, 15 e logo retirou 3 do resultado, anulando os parênteses, subtraiu 13 de 12, dando 1, e somou com o 2, dando o resultado final, 3. Portanto, ambas as contas estão corretas.

Fonte (Autor, 2019)

Figura 6: Aluno B – Resolução de acordo com as "linhas."


7) Joao Respondeu as seguintes expressões numéricas

a) $2 + [13 - 9 + (6 - 3)]$ b) $2 + [13 - (9 + 6 - 3)]$

$2 + [13 - 9 + 3]$ $2 + [13 - (15 - 3)]$

$2 + [4 + 3]$ $2 + [13 - 12]$

$2 + 7$ $2 + 1$

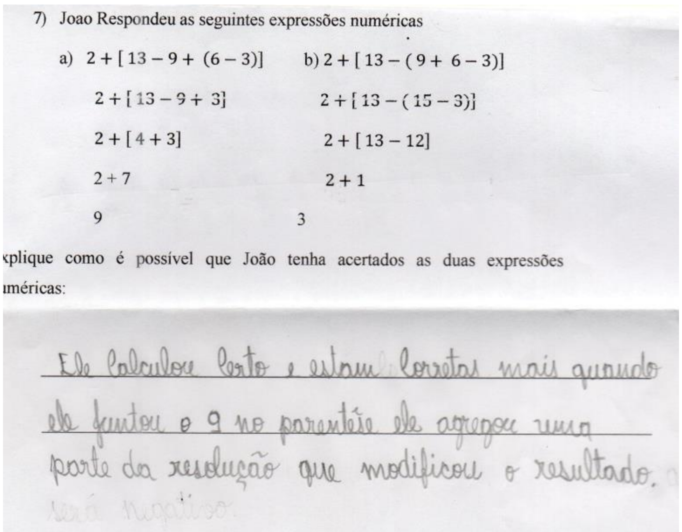
9 3

Explique como é possível que João tenha acertados as duas expressões numéricas:

por causa do parêntese que no B foi (9+6-3) e o outro foi (6-3)

8°ano - Somente 6 dos 14 alunos responderam a ultima questão do instrumento de pesquisa. Externaram que João só conseguiu resolver, corretamente, pois foi incluído uma quantidade, 9, ao parêntese no item b). O restante dos alunos deixou a questão em branco o que pode ser reflexo da prática do professor B, que estimula a dependência e a falta de ação dos discentes ao utilizar aulas preponderantemente tradicionais que reforçam os obstáculos epistemológicos e não contribuem para que os alunos se tornem sujeitos do processo ensino aprendizagem. Para Brousseau(1976) um obstáculo epistemológico não se manifesta apenas por meio de erros recorrentes, mas também pela impossibilidade de enfrentar certas questões ou por uma resolução insatisfatória. Assim como a presença dos obstáculos caracterizados por Glaeser(1985) e Brasil (1998) no ensino da matemática, e no caso aqui retrato, no ensino dos números inteiros relativos.

Figura 7: Aluno A, 8° ano – Resolução sétima questão


7) Joao Respondeu as seguintes expressões numéricas

a) $2 + [13 - 9 + (6 - 3)]$ b) $2 + [13 - (9 + 6 - 3)]$

$2 + [13 - 9 + 3]$ $2 + [13 - (15 - 3)]$

$2 + [4 + 3]$ $2 + [13 - 12]$

$2 + 7$ $2 + 1$

9 3

xplique como é possível que João tenha acertados as duas expressões ıméricas:

Ele calculou certo e estavam corretas mais quando ele juntou o 9 no parentêse ele agregou uma parte da resolução que modificou o resultado.

será negativo

Fonte (Autor, 2019)

De modo geral as respostas dos alunos do 7° ano expressaram o sentimento de comprometimento. Já que os discentes não apresentaram hesitação em utilizar seus conhecimentos adquiridos ate o momento, durante a aplicação do questionário. Além do fato de que nenhuma questão foi deixada em branco facilitando a sondagem dos obstáculos didáticos de origem epistemológica que estão relacionados aos números inteiros relativos. O modo de ensinar do professor A parece funcionar apesar de falhar ao não dar a devida importância aos erros que aparecem na sua sondagem.

Em contrapartida, os alunos do 8° ano deixaram de responder um grande número de questões do questionado (apêndice A), uma de manifestação de um obstáculo, mas era perceptível o desânimo desses discentes e a falta de iniciativa. Assim a prática do professor B, estimula a dependência e a falta de ação dos discentes, por conseguinte se torna um elemento que concretiza e fortalece os obstáculos epistemológicos dos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa teve como objetivo identificar como ocorre o processo de ensino e aprendizagem do conjunto dos números inteiros relativos e quais os obstáculos presentes, em relação a esse conteúdo, nas aulas de matemática, que dificultam a aprendizagem dos alunos, inclusive em conteúdos subsequentes. De forma geral a pesquisa alcançou o objetivo proposto em sondar as turmas de 7° e 8° anos e vivenciar cada etapa da atuação dos professores das duas turmas, em sala de aula. Importante ressaltar que para chegar aos padrões de ensino e aprendizagem identificados foi necessário um período de observação, vivência escolar e atuação da pesquisadora no campo de pesquisa.

Em relação ao processo de observação das aulas dos professores, das turmas citadas, foi possível perceber que os docentes por muitas vezes utilizaram uma forma de ensino fechada, tradicionalista em que o aluno assumiu um papel passivo, no processo de ensino e aprendizagem, reforçando conceitos inadequados, caracterizados como "obstáculos epistemológicos", que servem de "pedras de tropeços", para a compressão de vários conteúdos da matemática. Essas "pedras de tropeços" recorrentes e não aleatórias seguem, juntamente com o aluno, no caminhar da sua vida estudantil, acumulando dúvidas na compreensão de conceitos, relações e propriedades matemáticas e dificuldades de interpretação de questões e na resolução de problemas.

A falta de compreensão de conceitos dificulta a aprendizagem dos conteúdos matemáticos e isso é um dos fatores do alto índice de reprovação dos alunos na disciplina matemática e nas avaliações externas, Prova Brasil, SAEB e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

A análise dos obstáculos mapeados nesse estudo deixou claro que a incidência dos obstáculos epistemológicos deixou lacunas na vida estudantil dos alunos. O obstáculo didático de origem epistemológica foi aquele que mais apareceu neste trabalho. Sua incidência provavelmente está associada ao conflito existente entre a metodologia utilizada pelos professores, com relação ao conjunto dos números inteiros relativos, e os conceitos inadequados que os estudantes adquiriram em sua trajetória estudantil e que internalizaram em seu cognitivo.

Segundo Brousseau (1983) os professores devem estar atentos as falas, ações e atividades desenvolvidas por ele e seus alunos de modo que os obstáculos epistemológicos não estejam presentes em sua prática pedagógica. Além disso, devem se apropriar do que trata cada um deles, pois somente assim poderá identificá-los e superá-los, ou, também, poderá ajudar os seus alunos a superá-los, caso eles os tenham adquirido.

No que tange as dificuldades encontradas durante a pesquisa, pode-se citar a falta de infraestrutura da escola. As inúmeras salas de aula sem climatização adequada, os tempos reduzidos de aula, devido a esse problema, certamente afetou as aulas dos professores e o rendimento dos alunos, de modo geral.

Através da coleta de dados foi possível perceber que os alunos do 7 ° ano obtiveram melhores resultados, em comparação aos alunos do 8° ano, reflexo da pratica adotada pelos professores e dos obstáculos epistemológicos apresentados pelos alunos do 8°ano. Com base nas observações das práticas dos professores, em sala de aula, nas duas turmas, e nos dados dos questionários constatou-se que é necessárias reflexões e mudanças nas praticas docentes, Além disso, a criação de planos e alternativas para o ensino da Matemática, para que os alunos e professores sejam capazes de superar seus obstáculos epistemológicos a fim de que haja um melhor ensino e maior aprendizado.

A temática apresentada neste trabalho não tem a pretensão de indicar um único caminho, mas alerta-se para a necessidade de um maior número de investigações sobre o tema desta pesquisa, pois além de preencher lacunas existentes na prática docente e na trajetória estudantil, podem contribuir para dar maior consistência aos rumos tomados pelo ensino de Matemática nos dias atuais.

REFERÊNCIAS

ALVES, Alda Judith. **O Planejamento de Pesquisas Qualitativas em Educação**. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, n. 77, maio/1997

BACHELARD, G.: **A formação do espírito científico**. São Paulo: Contraponto, 1996.

BICUDO, M. A.V. & GARNICA, A. V. M. **Filosofia da Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática /Secretaria de Educação Fundamental. –. Brasília: MEC /SEF, 1998.

BROUSSEAU, Guy. **Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques - Barreiras epistemológicas e problemas em matemática.** 1976, pp.101-117. Anais da XXVIII reunião organizada pela Comissão Internacional para o Estudo e a Melhoria do Ensino da Matemática , Louvain-la-neuve, 1976,

FOGAÇA, Jennifer. **Obstáculos Epistemológicos Segundo Bachelard**. Disponível em:http://educador.brasilescola.com/trabalho-docente/obstaculos-epistemologicossegundo-bachelard.htm. Acesso em: 15 abril. 2019.

GLAESER, G. **Epistemologia dos números negativos**. Tradução de Lauro Tinoco.Boletim do GEPEM, n. 17. 1985 pp. 29-124.Rio de Janeiro.

GODOY, Arilda Schmidt. **Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais**. RAE-Revista de Administração de Empresas, [S.l.], v. 35, n. 3, p. 20-29, mai. 1995. ISSN 2178-938X. Disponível em: <http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rae/article/view/38200>. Acesso em: 18 Nov. 2019.

JAHN, A. P. **Números relativos:** “Construção e estudo do funcionamento de um processo de ensino sobre o caso aditivo”. 1994, p.27 – 31.Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

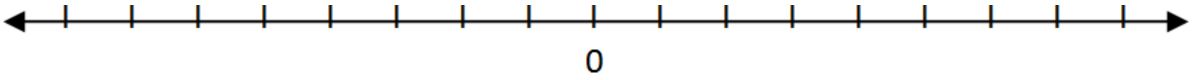
JAPIASSÚ, H. **Para ler Bachelard.** Rio de Janeiro, RJ: Livraria Francisco Alves Editora, 1976.

MOTTA, C. D. V. B. **História da Matemática na Educação Matemática**: espelho ou pintura? Santos, SP: Comunnicar, 2006.

PERRIN GLORIAN, Marie Jeanne. **Utilização da noção de obstáculo na didática da matemática.** Trad. Vicenzo Bongiovanni e Saddo Ag Almouloud. Caderno de Educação Matemática. v.2. Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática. PUC-SP, 1995.

APENDICE A – QUESTIONÁRIO SOBRE NÚMEROS INTEIROS – 7ª E 8ª SÉRIE

Represente na reta numerada todos os números inteiros entre -8 e 8:



Utilizando a reta numerada acima, responda às questões de número 1 e 2:

1)Qual número é maior?

a) 5 ou 0?   b) -4 ou 0?   c) -5 ou 5?   d) 3 ou -7?

2)Com base numa reta numerada, responda as questões a seguir:

a) 5 ou 20? Qual deles está mais distante do ponto zero?

b) -4 ou -8? Qual deles está mais próximo do ponto zero?

c) -7 ou +7? Qual deles está mais próximo do ponto zero?

3)Veja como Joana respondeu à seguinte questão na prova:

Qual é o menor número inteiro que existe? *O menor numero inteiro é o 0 porque não existe nenhum numero antes dele*

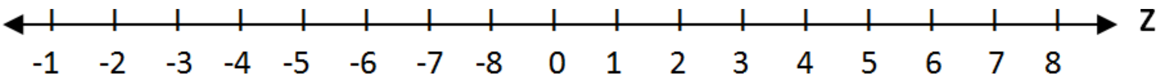
A resposta de Joana está correta? Por que?

____

____

____

4)Em uma prova, Laura desenhou a seguinte reta numerada:



A professora passou ao seu lado e disse que ela estava fazendo errado. Como você ajudaria Laura a resolver essa questão?

5)Responda (V) para verdadeiro, (F) para falso ou (X) se não souber decidir.

a) (   ) Qualquer número positivo é sempre maior que qualquer número negativo

b) (   ) O zero é sempre maior que qualquer número negativo e menor que qualquer número positivo

c) (   ) Entre dois números positivos, o maior é aquele mais distante do zero

d) (   ) Entre dois números negativos, o maior é aquele mais distante do zero

6) Agora justifique a sua escolha para as alternativas marcadas com verdadeiro ou falso.

7) Joao Respondeu as seguintes expressões numéricas

a. $2 + [\ 13 - 9 + \ (6 - 3)]$ b) $2 + [\ 13 - (\ 9 + \ 6 - 3)]$

$2 + [\ 13 - 9 + \ 3]$ $2 + [\ 13 - (\ 15 - 3)]$

$2 + [\ 4 + 3]$ $2 + [\ 13 - 12]$

2 + 7 $2 + 1$

9 3

Explique como é possível que João tenha acertados as duas expressões numéricas: