



## REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS NOS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM COM USO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Representations of mathematics in the process of  
teaching and learning function otherwise using the  
*software geogebra*

Dionara Freire de Almeida<sup>1</sup>  
Maria Madalena Dullius<sup>2</sup>

**Resumo:** Este estudo teve como objetivo elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática que envolveu o estudo da Função Afim e das representações matemáticas em uma perspectiva semiótica para a aprendizagem dos alunos, utilizando o *software GeoGebra*. A pesquisa foi sustentada por teóricos franceses da Didática da Matemática: a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2004), e na Engenharia Didática proposta por Artigue (1990), para análise dos registros dos alunos em sala de aula. A intervenção pedagógica ocorreu em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, em uma escola da rede estadual do município de Gaspar-SC, durante as aulas de Matemática, em que foi desenvolvida uma sequência didática composta da análise *a priori* e análise *a posteriori*. As análises das atividades permitiram concluir que o desenvolvimento da sequência didática utilizando o *GeoGebra* foi eficiente e atingiu os objetivos propostos inicialmente, ou seja, reconhecer a Função Afim nos registros de linguagem natural, algébrica, tabular e gráfica: compreender os procedimentos de tratamento nos diferentes registros e realizar o procedimento de conversão entre os diferentes registros. Dessa forma, observamos a validade das atividades, e que uso do *GeoGebra* contribuiu para o aprendizado do objeto de estudo "Função Afim".

**Palavras :** Registros de representação. *GeoGebra*. Função Afim.

**Abstract:** The scope of this study has been to develop, implement and analyze a didactic sequence involving the study of Afim Function and its mathematical presentations in a semiotic view, using GeoGebra Software for students learning. The research was supported by French theorists in the Didactics of Mathematics: Duval's Theory of Semiotics Representation Registers (2004) and Didactic Engineering Curriculum proposed by Artigue (1990) for analysis of the records of students in the classroom. Pedagogical intervention happened in a class of 1st year of High School at a state school in the city of Gaspar-SC, Brazil, in the course of regular classes in Mathematics, where a didactic sequence consisting of a priori and a posteriori analyses was developed. Analyses of activities allowed the conclusion that development of didactic sequence using *GeoGebra* was efficient and achieved the original aims: to recognize the Afim Function in natural, algebraic, graphical and tabular languages, to understand treatment procedures in different records and to perform the process of conversion between different records. Thus, the validity of the activities became apparent and the use of *GeoGebra* contributed to the learning of the object of study "Afim Function".

**Key words:** Records of representation. *GeoGebra*. Afim Function.

<sup>1</sup> Mestranda, Univates, Brasil. E-mail: [dionara\\_almeida@hotmail.com](mailto:dionara_almeida@hotmail.com)

<sup>2</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Matemática, Univates, Brasil. E-mail: [madalena@univates.br](mailto:madalena@univates.br)

## Introdução

Os registros de representação da semiótica exercem um papel importante na aprendizagem da matemática, pois são elementos na compreensão de conceitos, argumentação e raciocínio na aplicação da matemática. Segundo Duval (2003), a matemática tem várias formas de representação e é por meio delas que seus objetos são acessados. Isso nos faz refletir sobre a prática pedagógica de professores de matemática para compreender as representações feitas por estudantes, especialmente seus registros.

A motivação para o estudo de Representação Matemática decorreu da experiência como professora de informática e matemática no ensino fundamental e médio. Vale destacar que durante as aulas de matemática foi possível constatar dificuldades enfrentadas pelos alunos na construção e interpretação de conceitos matemáticos, principalmente nas atividades que envolvem gráficos.

Em especial, por motivo da inquietação quanto ao ensino de função, como é praticado em várias escolas, e com suas implicações para o processo de aprendizagem, desencadeou a escolha do tema Função Afim, ao invés de outros tipos de funções matemáticas estudadas no 1º ano do ensino médio. A Função Afim é a primeira a ser trabalhada com os alunos, permitindo observar com mais clareza as dificuldades de ensino e aprendizagem de funções.

Dessa forma, a Representação Matemática pode esclarecer tanto para professores como para alunos, sujeitos da pesquisa, alguns pontos do grande emaranhado de fatos, dúvidas, curiosidades e reflexões sobre as experiências da prática pedagógica no processo em que estou inserida.

As reações dos alunos foram observadas durante algumas atividades dos conteúdos programáticos do ensino médio, no decorrer do ano letivo, com uso de *softwares* em ações desenvolvidas no projeto Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) na Universidade Regional de Blumenau (FURB). Foram usadas tecnologias como ferramentas pedagógicas, sendo elas um indicativo para avaliar com maior atenção o uso de *software* no ensino da matemática.

A importância das representações, a partir do uso de interfaces computacionais, pode ser dinâmica e acarretar reflexos nos processos cognitivos, apresentando elementos que permitam compreender melhor as questões relacionadas às Representações Matemáticas nos processos de ensino e aprendizagem de função com uso de *software*.

Desse modo, observando que as tecnologias estão presentes em nosso dia a dia, oferecendo várias representações como a algébrica, gráfica, tabular, simbólica e linguagem natural para uma mesma função, essa pesquisa vem propor uma intervenção com uso do *software GeoGebra*. Como questão de pesquisa propõe-se: “Quais são as contribuições das Representações Matemáticas em uma perspectiva semiótica<sup>3</sup> para a aprendizagem do conteúdo de funções no Ensino Médio, com utilização do *software GeoGebra*?”

---

<sup>3</sup> Para Santaella (2004), o nome semiótica vem da raiz grega *Semeion*, que significa signo. Assim, semiótica é a ciência dos signos - os signos da linguagem ou, em termos mais gerais, a semiótica é a ciência das linguagens.

A presente pesquisa tem como objetivo principal investigar como os estudantes de uma turma do ensino médio utilizam os registros de representação semiótica durante suas atividades, com o uso do *software GeoGebra* no ensino de funções.

Os aportes teóricos que fundamentam este trabalho de investigação constituem-se na pesquisa da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003). Segundo esse autor, na sua hipótese fundamental sobre a aprendizagem, para aprender, um indivíduo precisa transitar entre vários registros de representação dos objetos e coordená-los, sendo que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio de registros de representação, pois esses objetos não são perceptíveis fisicamente.

Nesta perspectiva, com o uso do *software GeoGebra*, foi desenvolvido o estudo que envolve a semiótica, no sentido de “signo que significa algo”. Ao apontar que um signo significa algo, Peirce (1839-1914) procura determinar que ele se encontra em relação tal a um objeto que é reconhecido por uma mente como se fosse esse objeto, seja ele real ou não.

No desenvolvimento da pesquisa foram utilizados como metodologia os princípios da Engenharia Didática de Artigue. Segundo Pais (2002), a engenharia didática tem como finalidade analisar as situações didáticas, isto é, investigar as diferentes relações entre professor, alunos e conhecimento, no intuito de desencadear uma série de ações voltadas para o ensino e aprendizagem de um conteúdo específico.

Desse modo, a presente pesquisa justifica-se por investigar as estratégias que os alunos utilizam no processo de resolução de atividades que envolvam Função Afim, com ação e mediação pedagógica do *software GeoGebra* para mostrar produção de significados aos objetos matemáticos.

Vale salientar a relevância da pesquisa para área da educação matemática, já apresentada em pesquisas acadêmicas a respeito do tema que é considerado importante para ensino: representação matemática com uso de *software*. Estudar Registros de Representação trará elementos que auxiliarão nessa reflexão.

### **Registros de Representação Semiótica**

Conforme Santaella (2004), a semiótica é uma reflexão sobre a linguagem verbal, e surgiu como ciência a partir dos escritos de Peirce (1839-1914), filósofo e lógico-matemático norte-americano, concebeu a semiótica como um estudo da linguagem enquanto lógica.

A semiose, segundo Peirce (1965), é um processo ininterrupto, que regride infinitamente em direção ao objeto dinâmico. Para Miskulin, Martins e Mantoan (1996), uma abordagem semiótica nos processos de ensino e aprendizagem da matemática permite ao educando se ajustar aos saberes com significação própria e se apoiar nas linguagens e ambientes mais próprios para representarem as suas elaborações conceituais.

O termo que Duval (2003) utiliza, isto é, o registro de representação semiótica, faz referência à semiótica conhecida como ciência de todas as linguagens, verbais e não verbais. Observa-se que os enunciados de um problema, bem como sua resolução, podem conter uma variedade de registros, em linguagem verbal ou não verbal.

### ***Teoria dos Registros de Representação de Raymond Duval***

Com referência à representação matemática, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) tem sido um importante instrumento de pesquisa em relação à aquisição e organização de situações de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, considerando-se a necessidade de compreensão conceitual.

Para Duval (2003), diferente em outros campos do conhecimento, na matemática os conceitos e conteúdos são abstrações desencadeadas por processos de generalização. Em função da necessidade das representações semióticas, algumas coisas não são observáveis através de objetos concretos, por exemplo, uma função que pode ser representada de diferentes maneiras, como uma expressão algébrica, um gráfico ou tabela.

Segundo Duval (2003), há uma necessidade da existência de muitos registros de representação para o funcionamento do pensamento humano, ligada essencialmente aos custos de tratamento de cada registro e às limitações representativas específicas a cada um. Sublinhando as palavras de Duval (2003, p.18):

As representações diferentes de um mesmo objeto não têm, evidentemente, o mesmo conteúdo. Cada conteúdo é comandado por um sistema pelo qual a representação foi produzida. Daí a consequência de que cada representação não apresenta as mesmas propriedades ou as mesmas características do objeto. Nenhum sistema de representação pode produzir uma representação cujo conteúdo seja completo e adequando ao objeto representado (DUVAL, 2003, p.18).

Ainda nos descreve Duval (2003), que a compreensão matemática implica no trânsito de diversos registros e na coordenação de ao menos dois registros de representação que se referem ao mesmo objeto matemático, manifestada pela rapidez e pela espontaneidade da atividade cognitiva de conversão.

O autor também salienta que uma ausência de coordenação não vai impedir toda compreensão da matemática. O que ocorre é que a compreensão, limitada ao contexto semiótico de um só registro, não vai favorecer as transferências e aprendizagens subsequentes.

### ***O uso de Software GeoGebra no Processo Semiótico***

Conforme Grandó (2004), a utilização dos softwares é importante no contexto das aulas de matemática, pois permite ao aluno fazer conjecturas, simulações, experimentações, antecipações aumentar a criatividade, o senso crítico e as estratégias para a resolução de problemas.

O *software GeoGebra* proporciona a articulação entre registros algébricos e gráficos da Função Afim. Foi desenvolvido por Hohenwarter, nos anos de 2001 e 2002, pela Universidade da Salzburg, Áustria. Esse software tem inúmeras potencialidades no estabelecimento de conexões entre a geometria e a álgebra, e permite ao utilizador trabalhar com distintas representações das funções, nomeadamente as representações numérica, tabular, algébrica e gráfica.

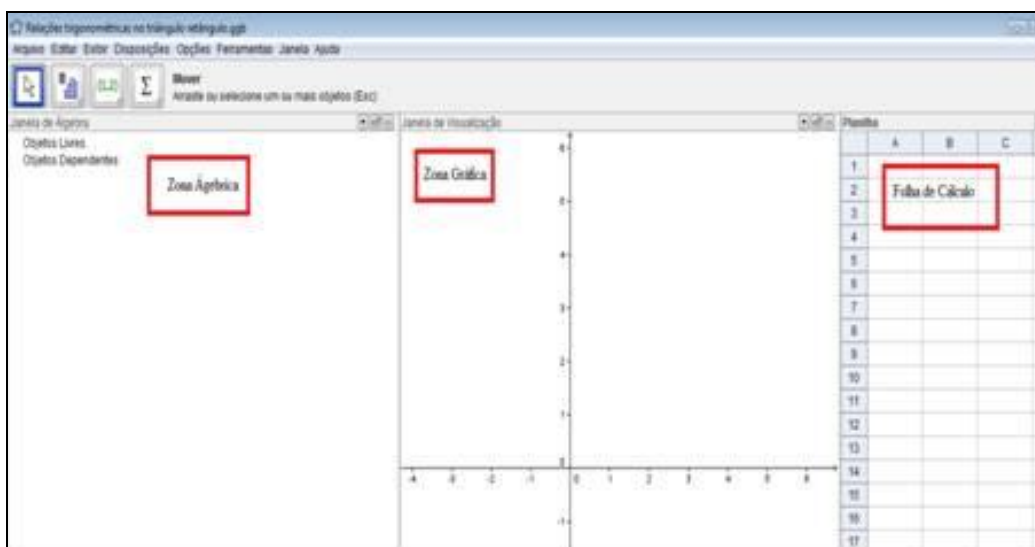
O *software* tem despertado atenção de muitos pesquisadores por ser de domínio público e uma multiplataforma, utilizado para ensino, tendo recebido vários prêmios na

Europa e EUA. Despertou a atenção de muitos professores e pesquisadores que traduziram o *software* para mais de vinte e cinco idiomas, sendo um deles o português.

De acordo com Bortolossi (2012), o *GeoGebra* tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

Santos (2002) utiliza como exemplos as figuras geométricas, onde os *softwares* educacionais permitem aos estudantes de vários países que utilizam o *GeoGebra* criar e manipular facilmente essas figuras geométricas. Vale ressaltar que o *GeoGebra* é um *software* de matemática dinâmica. Desse modo, as interfaces do *GeoGebra* proporcionam manipular o objeto matemático 'Função' de maneira diferente, possibilitando ao aluno agir sobre o objeto matemático num contexto abstrato.

O *GeoGebra* se apresenta na tela do computador em três faces diferenciadas dos objetos matemáticos, que são: a Zona Gráfica, tendo como exemplos a construção de pontos, gráficos e figuras geométricas; a Zona Algébrica, nas coordenadas de pontos e equações; e ainda, nas Folhas de Cálculo, apresentando coordenadas e efetivação de cálculos, quando comparadas aos métodos da sala de aula, quase sempre estáticos (Figura 1).



**Figura 1:** Gráfica Algébrica e Folha Cálculo- Tela do software Geogebra (2012)

### Desenvolvimento

A metodologia da pesquisa é caracterizada por uma abordagem qualitativa. Como metodologia de pesquisa, foram considerados alguns pressupostos da Engenharia Didática de *Artigue* (1990). Uma característica importante da Engenharia Didática, em comparação com outras metodologias de pesquisa, é que a validação é feita internamente por meio de registros dos estudos de caso baseados nas confrontações entre as análises *a priori* e *posteriori*.

Assim, fizemos uma análise *a priori* e *a posteriori* das atividades, seguindo os pressupostos da Engenharia Didática. A seguir, apresentamos algumas questões que compõem as atividades da sequência didática para uso do *GeoGebra*.

Na análise *a priori* da atividade da figura 2 sobre Função Afim, elaborada com a pretensão de que os alunos observassem as características do gráfico de uma Função Afim e percebessem que a mesma é uma reta, com intuito que comparassem com outros tipos de funções.

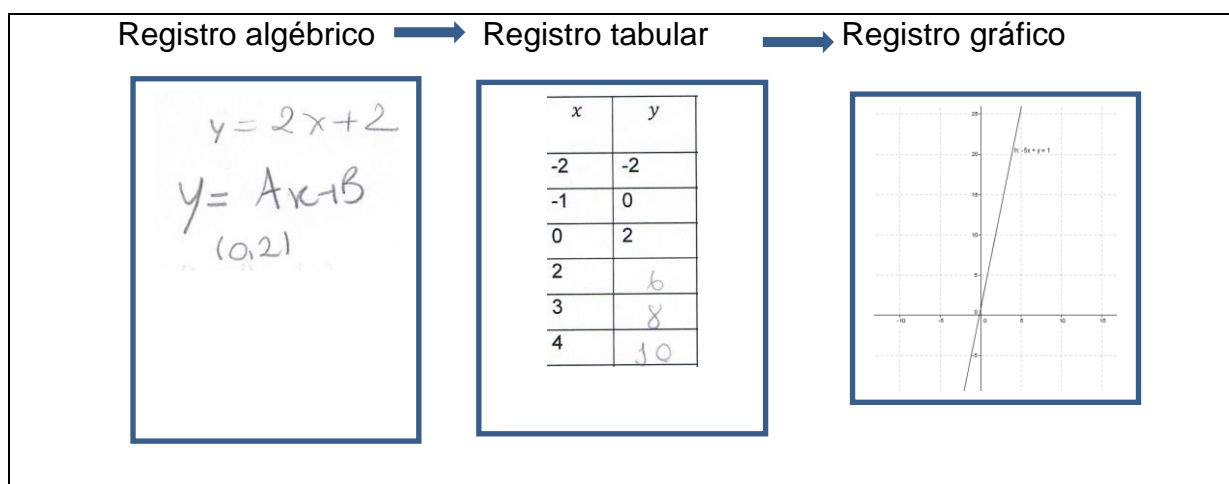
- a) Preencher as tabelas na qual apareçam os valores de  $x$  e os valores do correspondente  $y$ . Logo após, representar cada par ordenado  $(a, b)$  da tabela por um ponto do plano cartesiano. Com os pares obtidos construir o gráfico:

$y = 2x$	
$x$	$y$

$y = x^2$	
$x$	$y$

**Figura 2:** Atividade sobre propriedades características da Função Afim.

Na análise *a posteriori* dessa atividade, percebeu-se que os grupos inicialmente calcularam o valor de  $y$  a partir de valores de  $x$  predeterminados (registros algébricos), construíram as tabelas (registros tabular), e, por fim, construíram o gráfico (registro gráfico). Vejamos, na figura 3, um exemplo de atividade desenvolvida pelos alunos.



**Figura 3:** Atividade realizada pela dupla B com ajuda do GeoGebra

Durante a realização dessa atividade, para chegar ao registro gráfico, algumas duplas iniciaram a construção da reta digitando vários pontos que foram extraídos da tabela que constavam na folha de atividade e, em seguida, utilizaram a opção inserir a reta definida pelos pontos, disponível no *GeoGebra*. Porém, na terceira ou quarta construção dos gráficos, perceberam que dois pontos já eram o suficiente, então passaram a inserir dois pontos para cada gráfico. Esta dedução nos permite aferir que os alunos estavam construindo um importante conhecimento, ou seja, para construir uma reta bastam dois pontos.

Por fim, observando os gráficos e as tabelas, foi possível perceber que os alunos estavam conseguindo diferenciar características da Função Afim de outras funções, como pode ser percebido na figura 4, numa resposta apresentada pelos alunos.

Quais características observam-se no gráfico de função afim?

Sempre forma uma reta.  
 só um ponto corta eixo x e tam-  
 bém y.

**Figura 4:** Resposta da atividade 1 apresentada por uma dupla de alunos.

A análise *a priori* da atividade da figura 5 foi elaborada objetivando que o aluno interpretasse o registro gráfico, identificando que as representações gráficas e algébricas correspondiam ao mesmo tipo de função, sem a necessidade da construção de tabelas (registro tabular). O objetivo é que o aluno observe e associe o coeficiente angular da reta com a sua inclinação, ou seja, quando o gráfico intercepta o eixo das ordenadas de forma crescente. O aluno deverá também observar a inclinação da reta em relação ao eixo horizontal  $y$  percebendo que quanto maior o valor de  $x$ , mais a reta se afasta da posição horizontal.

Construa o gráfico de cada uma das funções no mesmo plano cartesiano.

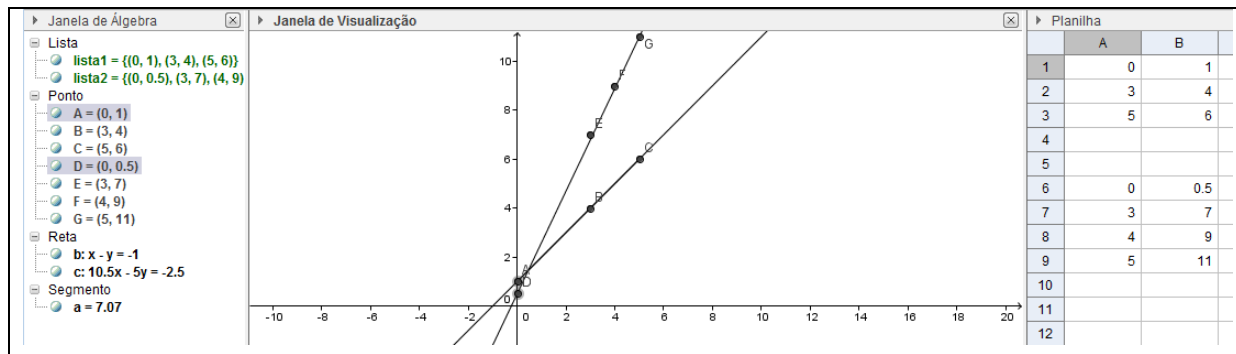
- I.  $f(x) = x + 2$
- II.  $f(x) = 2x + 2$
- III.  $f(x) = \frac{x}{2} + 2$
- IV.  $f(x) = 3x + 2$
- V.  $f(x) = 4x + 2$

**Figura 5:** Estudo do coeficiente angular.

Desse modo, percebe-se na análise *a posteriori* que os alunos, ao utilizarem o *software GeoGebra*, no início da questão criaram um arquivo para cada gráfico inserido no plano cartesiano, mas logo perceberam a parte dinâmica do *software GeoGebra*, e começaram a manipular a visualização dos gráficos e pontos num único plano



cartesiano. Conforme protocolo de construção disponível no software, constatamos que a dupla construiu a planilha obtendo a lista de cada reta com sua respectiva equação conforme figura 6.



**Figura 6:** Resposta da atividade 1 apresentada por uma dupla de alunos.

Dessa forma, analisando as atividades como um todo, o estudo do conteúdo Função Afim e as relações existentes entre suas representações gráficas, algébricas e tabulares, com auxílio do *GeoGebra* promoveu entre outros benefícios, por exemplo, o respeito ao ritmo individual de cada aluno, maior rapidez e precisão na construção dos gráficos, permitindo observar pontos importantes: como a reta se comporta em relação aos eixos coordenados e das abscissas, equações de retas, crescimento e decréscimo, raiz da função, casos especiais de Função Afim, coordenadas de pontos, equações de retas.

O quadro 1 que se constitui no resumo das análises para validação de todas as atividades desenvolvidas durante a pesquisa. As formas de conversão e tratamento de registros são vários, uma vez que se verificou mais de um tipo de desenvolvimento da atividade na obtenção de uma resposta, que gerou mais de um tipo de registro (algébrico, tabular, gráfico, linguagem natural).

**Quadro 1:** Resumo das análises para validação da atividade

Atividade	Validação
Propriedade característica da Função Afim	Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, pois os alunos demonstraram um bom conhecimento sobre as características e propriedades da Função Afim. Foram essenciais as representações gráficas para se distinguir a Função Afim de outros tipos de funções, e a maioria dos alunos conseguiu perceber que a mesma é uma reta. O <i>GeoGebra</i> para a construção gráfica possibilitou uma melhor visualização como um todo, de modo a favorecer a percepção de características



	comuns entre as representações gráficas.
O coeficiente angular	As respostas dos grupos estavam em sua maioria correta, e estava prevista em nossa análise a priori. Pode-se observar que eles conseguiram identificar o coeficiente angular primeiramente na representação algébrica, em seguida converter para representação gráfica, assim o aluno verificou qual efeito causa a variação do coeficiente angular.
O coeficiente linear	Foi válida, dado que a maioria dos alunos conseguiu concluir o valor do coeficiente linear, bem como identificar o ponto em que a reta intercepta o eixo.
Crescimento e decréscimo	Podemos supor pelas análises feitas da atividade que os alunos perceberam que o crescimento e decréscimo da reta estão diretamente relacionados ao sinal do coeficiente $x$ . Crescente quando $x > 0$ e, à medida que os valores de $x$ vão aumentando, os valores de $y$ também vão aumentando. Decrescente quando $x < 0$ , à medida que os valores de $x$ vão aumentando, os valores de $y$ vão diminuindo.
Os coeficientes angulares e lineares	A resposta dessa atividade revelou validade das atividades anteriores que exploravam os coeficientes angulares e lineares. Os alunos conseguiram resolver a atividade visualizando a representação algébrica e representação gráfica.
Raiz ou Zero da Função do 1º grau	Os resultados apontaram uma clara percepção do zero da função, os alunos concluíram que o zero da função é o ponto onde a função intersecta o eixo $y$ . Ao terminar essa atividade conseguiram desenvolver a capacidade de analisar funções, observando e interpretando a representação gráfica. Percebeu-se que foi de grande valia aos estudantes a conversão para mais de um tipo de

	registro e a efetuação do tratamento de registro algébrico.
Função linear e função constante.	Os alunos obtiveram êxito nessa atividade. Sobre função constante, após traçar várias retas no <i>GeoGebra</i> , os alunos fizeram relação do gráfico com esta função e o eixo das abscissas. Com relação à função linear os alunos compreenderam que todas as funções lineares intersectam a origem, perceberam isso quando traçaram várias funções sobrepostas no <i>GeoGebra</i> .
Revisão	Essa atividade foi válida, uma vez que os alunos conseguiram, com exceções de algumas duplas, relacionar as representações algébricas com as gráficas, eles recorreram a conhecimentos obtidos nas atividades anteriores com os quais já estavam familiarizados para representar algebricamente as situações de funções e fazer a conversão para forma gráfica.

Ao final da atividade desenvolvida no *GeoGebra*, foi aplicada uma avaliação, composta por duas questões, sendo que a primeira perguntava se os alunos julgavam importante o uso de recursos tecnológicos como o *software GeoGebra* para o ensino de matemática ( FIGURA 07).

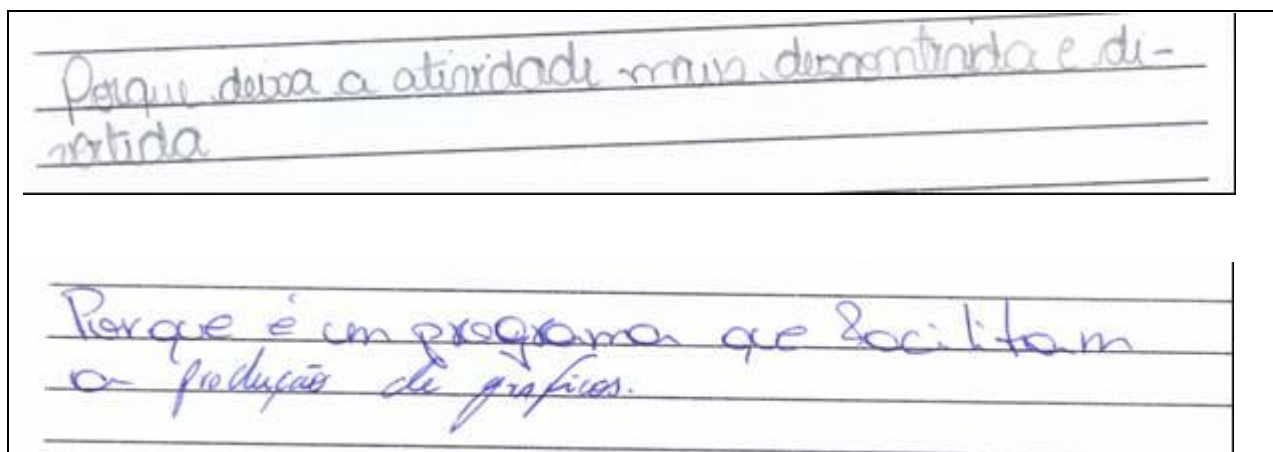
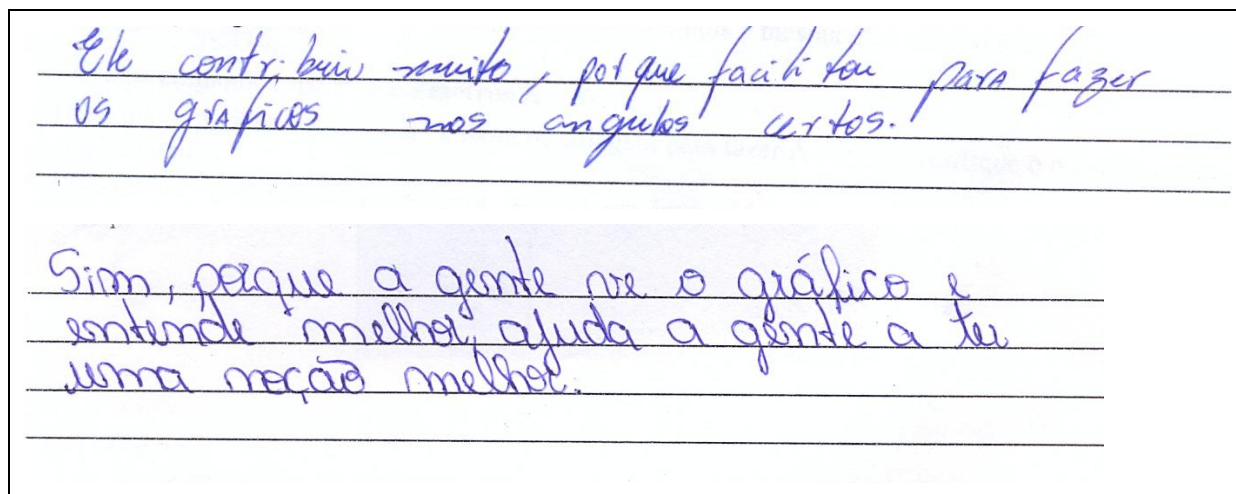


Figura 7: Opinião dos alunos sobre o software GeoGebra (2013).

A segunda questão perguntava se essa atividade contribuiu para compreensão de função e suas representações (Figura 8).



**Figura 8:** Opinião dos alunos sobre representações.

Observou-se que a maioria conseguiu explorar o programa com facilidade e que a interface gráfica do *Geogebra* foi adequada ao conteúdo estudado, alguns anotaram o nome do *software Geogebra* para praticar outros exercícios em casa.

### Considerações Finais

A presente pesquisa propôs uma intervenção pedagógica voltada ao trabalho com Funções Afins com alunos do 1º ano do Ensino Médio. Para isso, elaboramos uma sequência didática para estudo das representações matemáticas em uma perspectiva semiótica para a aprendizagem dos alunos utilizando o *software GeoGebra*.

Dessa forma, os resultados dessa pesquisa nos mostraram que na aprendizagem da matemática não há como abstrair das representações semióticas. Nesse sentido, o que buscamos mostrar nesta pesquisa é que as representações e as conversões entre elas no estudo de função com a utilização do *software GeoGebra* como ferramenta pedagógica, pôde contribuir significativamente para melhoria do processo de aprendizagem da matemática.

Com relação ao *GeoGebra*, os alunos elogiaram o *software*, comentaram que ele é muito fácil de ser utilizado, pois apresenta linguagem simples, e organiza de forma clara e precisa os comandos que lhes são dados. Também se mostraram satisfeitos com a opção de modificar as escalas dos eixos, podendo abri-los para uma melhor visualização, entre outros recursos apresentados pelo *software* dinâmico. O *GeoGebra* serviu de grande aliado nesse estudo e mostrou-se fácil de ser manipulado.

Durante o desenvolvimento da atividade, os alunos coordenaram os diferentes registros e estabeleciam relação entre esses, assim, com a atividade utilizaram, relacionaram e extraíram conclusões sobre as atividades de Função Afim investigando em função dos registros.

No sentido de saber se a compreensão realmente existiu, se foi válida a proposta da Engenharia Didática, entendemos que foi importante o estudo de registros de representação matemática, considerando que essas conversões e tratamento não

acontecem espontaneamente, os *softwares* dinâmicos como *GeoGebra*, podem ser utilizados como alternativa pedagógica que possibilita a realização dessas transformações.

### Referências

ARTIGUE, M. **Ingeniere didactique**. Recherches em didactiques des mathematiques. Grenoble. Lá Pense Sauvage. Editions. 1990.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. Campinas, SP: Papirus, 2003.

BORTOLOSSI, H. J. GeoGebra. Software de Matemática Dinâmica Gratuito. Disponível em <<http://www.professores.uff.br/hjbortol/GeoGebra/index.html>>. Acesso em: 25 de abr. 2012.

GRANDO, R. C. O jogo e a matemática no contexto da sala de aula. São Paulo: Paulus, 2004.

GUZMAN R. I. **Registres mis enjeu par la notion de fonction**. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. IREM de Strasbourg, vol2, p.229-259,1998.

MISKULIN, R. G. S.; MARTINS, M. C. MANTOAN, M. T. E. **Análise Microgenética dos Processos Cognitivos em Contextos Múltiplos de Resolução de Problemas**. Campinas: NIED/UNICAMP, memo nº 31, 43 p., 1996.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte. Autêntica.2002.

PEIRCE, C. S. **Obra lógico-semiótica**. Madrid: Taurus, 1965.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica**. 20. ed. São Paulo: Brasiliense, 2004.

SANTOS, E. P. **Função afim  $y=ax+b$** : a articulação entre os registros gráficos e algébricos com o auxílio de um software educativo. Dissertação Mestrado em matemática. Puc. São Paulo, 2002.