

**APRENDIZAGEM MATEMÁTICA USANDO
REGISTROS SEMIÓTICOS****Mathematics Learning Using Semiotic Records**

Raimundo Luna Neres*

(Recebido em 13/05/2013; aceito em 01/09/2014)

RESUMO: Apresentação dos resultados de uma investigação empírica desenvolvida em uma escola pública de São Luís do Maranhão. O objetivo foi analisar o desempenho escolar de alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, na resolução de problemas que envolviam as operações elementares: adição, subtração, multiplicação e divisão, no conjunto dos números naturais. Para isso, foram utilizadas as funções de tratamento e conversão de registros de representação semiótica. Os dados foram coletados por meio de atividades de Matemática, aplicadas pela professora da classe, no decorrer do ano de 2013. Os resultados revelaram que, em atividades usando-se tratamento e conversão de registros dados em linguagem natural para numéricos, os alunos tiveram melhor desempenho do que trabalhando com a conversão da linguagem natural para a linguagem figural. Os resultados revelaram também que o desempenho escolar não estava relacionado apenas à resolução de problemas usando registros de representação; em alguns casos, o desempenho do aluno estava relacionado ao fato de ler os enunciados das questões propostas e não compreender o que estava lendo.

Palavras-chave: Desempenho Escolar. Registros de Representação Semiótica. Tratamentos e Conversões de Registros Semióticos.

ABSTRACT: This work presents the results of an empirical research performed in a public school in the city of São Luis, Maranhão. The objective was to analyze educational performance of fifth grade students from Elementary School concerning on solving problems involving elementary operations: addition, subtraction, multiplication and division in set of natural numbers. Thus, treatment functions and records conversion of Semiotic representation were used. The data were collected by mean of mathematics activities performed by the school teacher during the year of 2013. The results revealed that in activities using treatment and records conversion from natural language into numerical, the students had better performance than working with conversion from natural language into figurative language. The results, also, revealed that the school performance was not only related to problem solution using records representation; in some cases, the student performance was related to the fact of reading the statements and not understanding what was read.

Keywords: School Performance. Semiotic Representation Records. Semiotic Treatment and Conversion Records.

* Doutor em Educação, Universidade CEUMA – UNICEUMA (MA), Brasil, E-mail: raimundolunaneres@gmail.com ou luna.neres@ceuma.br ou raimundo.luna@ufma.br

Introdução

O desempenho escolar em Matemática dos alunos do quinto ano do ensino fundamental, das escolas públicas dos Estados do Nordeste brasileiro, segundo o INEP, não é considerado bom, quando comparado com os resultados obtidos por outros alunos dos Estados das regiões Sul e Sudeste. Entretanto, esses resultados ocorrem não apenas no Nordeste, mas também em outros Estados da Federação.

“Precisamos melhorar o desempenho escolar de nossos alunos” é um jargão que, segundo Moysés (1997), não conhece fronteiras, longe de ter surgido para dar respostas a questões locais e, sim, atreladas às novas necessidades do capital estrangeiro.

Para haver aprendizagem da Matemática, segundo Duval (2007), faz-se necessária uma abordagem cognitiva. Assim, deve-se buscar desenvolver no aluno habilidades e competências que possam vir a contribuir para o desenvolvimento de suas capacidades de raciocínio e de análise. O desenvolvimento cognitivo do aluno, para este autor, está ligado às operações semióticas e, conseqüentemente, às suas representações, haja vista não haver compreensão sem os recursos das representações semióticas.

É através das operações concretas, com a utilização de uma variedade de registros de representação, que o aluno conseguirá mais facilmente identificar os objetos matemáticos, visto que nem sempre esses objetos são passíveis de percepção. Em geral, as dificuldades de aprendizagem podem estar relacionadas ao fato de que o aluno não consegue exemplificar o objeto de estudo, por meio de representações semióticas. Isto, geralmente, prejudica a compreensão da Matemática e pode levar ainda a uma perda da compreensão já adquirida.

Peirce (2005) define o objeto matemático como a representação real de um signo, podendo ser perceptível ou abstrato, uma entidade puramente mental ou imaginária. Para Godino (2007), um objeto matemático é aquilo que pode ser indicado, que pode ser sinalizado ou aquilo a que se pode fazer referência. Nesse sentido, pode-se afirmar que o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas, e a compreensão pode estar condicionada à capacidade de permutação de registros.

Convém ressaltar que os objetos matemáticos não devem ser confundidos com as suas representações semióticas. Em geral, as dificuldades de acesso direto aos objetos matemáticos ocorrem em função de esses objetos serem exteriores às representações, tornando-se assim uma confusão quase inevitável.

Normalmente, adquirem-se primeiramente os domínios de tratamentos matemáticos ligados às representações semióticas e, a priori, se o aluno não possuir uma apreensão conceitual dos objetos representados. Este paradoxo é ainda mais forte, principalmente, quando se consideram as representações semióticas como secundárias ou extrínsecas. Dessa forma, toda comunicação se torna mais fácil, se ela é baseada em representações.

Os objetos: conceitos, propriedades, estruturas, são relações que podem expressar diferentes situações. Para seu ensino, precisa-se levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. O primeiro passo a ser dado é a

compreensão do que seriam essas representações, essenciais ao funcionamento e ao desenvolvimento dos conhecimentos (DAMM, 2008, p. 35-48).

No ensino-aprendizagem da Matemática, deve existir uma relação de dupla entrada entre sistemas cognitivos e sistemas semióticos. Para Colombo (2008), não se deve prestigiar mais um sistema do que o outro; se assim ocorrer, poderá haver dificuldade de absorção de conhecimento e o aluno terá que transpor obstáculos para aprender.

Com aporte na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, pretende-se mostrar alguns resultados obtidos de uma pesquisa empírica, realizada com uma classe de alunos do quinto ano do ensino fundamental de uma escola de Ensino Fundamental.

Definiu-se como pressuposto identificar dificuldades de aprendizagem na resolução de problemas que envolviam as operações matemáticas elementares: adição, subtração, multiplicação e divisão, no conjunto dos números naturais. No decorrer da pesquisa, baseado nos conteúdos ministrados pelo professor, procurou-se reavaliar continuamente o desempenho escolar dos sujeitos da pesquisa. Paralelamente, ia-se discutindo e sugerindo novas formas de abordagens para os conteúdos.

Atividades Cognitivas

Na passagem de um sistema de representação para outro, ou seja, a mobilização simultânea de vários sistemas de representação, no decorrer do mesmo percurso, normalmente alguns alunos não conseguem perceber de forma clara e objetiva. Em geral, a mobilização de um sistema de representação semiótica só acontece de forma espontânea quando essa representação é congruente, ou seja:

- a) Existe uma correspondência semântica entre as unidades significantes que as constituem;
- b) Há a mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações;
- c) Há conversão de uma unidade significativa da representação de saída em uma só unidade significativa de chegada Duval (2007).

Caso uma dessas hipóteses não seja verificada, as representações podem ser descaracterizadas na chegada e não serem mais congruentes. Ou seja, a mudança em um registro nem sempre implica em mudança no outro registro, podendo, portanto, haver uma exclusão do registro dado inicialmente. Nesse caso, a conversão não satisfaz as condições impostas como ponto de partida, conseqüentemente, pode não haver aprendizagem.

Freitas (2007) afirma que nem sempre o uso da conversão desempenha papel tão importante, entretanto, do ponto de vista cognitivo, é a conversão que leva a uma melhor compreensão. A originalidade da atividade matemática está na possibilidade de utilização de, pelo menos, dois registros de representação para cada atividade ou de perspectivas de mudanças de registros.

O fenômeno da conversão e do tratamento de representações semióticas, na verificação de desempenho escolar em Matemática, torna-se, portanto, mais uma ferramenta que pode viabilizar uma melhora considerável na compreensão da Matemática, no processo de ensino-aprendizagem.

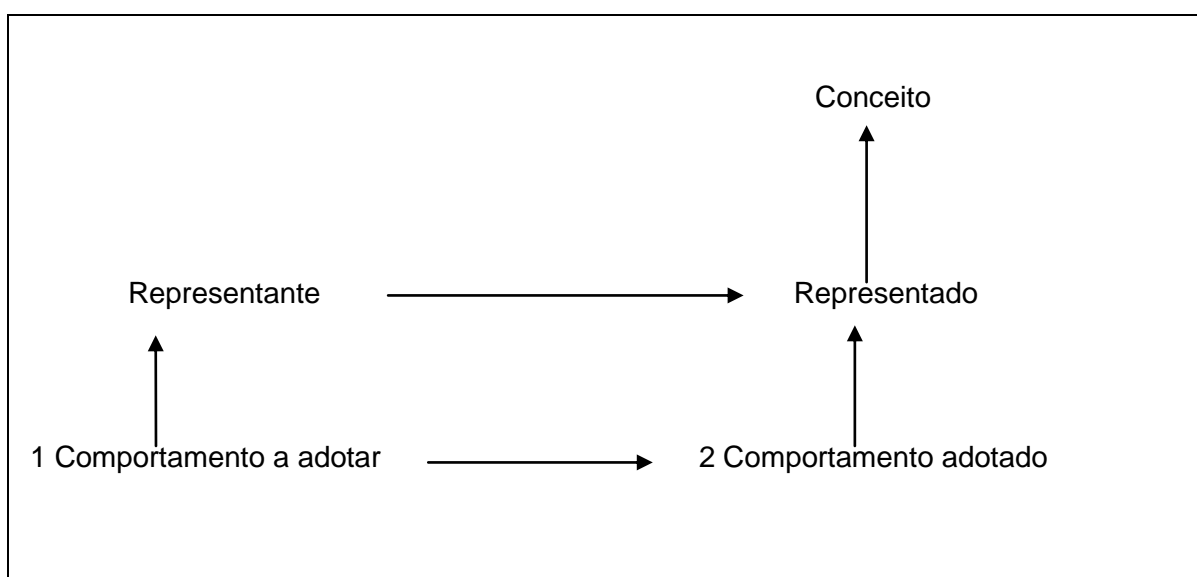
Durval, assim define tratamento e conversão de representações semióticas:

Tratamento de registro: entendido como sendo as operações analíticas realizadas dentro do próprio registro em que ele foi enunciado, como, por exemplo, a solução analítica de uma expressão numérica é uma forma de tratamento dentro do próprio registro. Conversão de registros: entendida como sendo a transformação de uma representação em outra representação, isto é, de um registro em outro registro, podendo conservar a totalidade ou apenas uma parte do registro dado como ponto de partida (DUVAL, 1993, p. 41-42).

Pavlopoulou (1994) afirma que a aplicação da conversão pode parecer muito simples, entretanto a passagem da representação de um objeto de um cadastro em outro registro é, na maioria das vezes, muito mais complexa do que parece. Como, por exemplo, para soluções por tentativas – simulação.

É interessante observar que a representação não se restringe à simples relação: representante – representado como na definição por analogia com signo logístico. O relacionamento entre estes dois sistemas de ação (comportamento 1 e 2) é predominante em relação ao representante – representado (quadro 1).

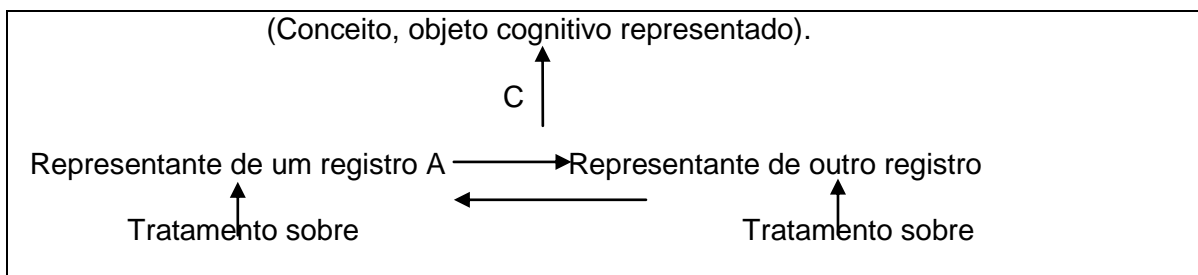
Quadro 1: Função de tratamento por simulação (Adaptado de DUVAL, 2004).



Pode-se supor que aparecem duas possibilidades relacionadas entre o que é representante e o que é representado, quais sejam:

- A relação a partir de cada representante é superficial, no entanto é suficiente para a função de expressão ou para a função de tratamento (Quadro 1).
- A relação a partir da convertibilidade dos representantes, própria do sujeito de conhecimento (seta C, Quadro 2), é necessária para a função de objetivação.

No quadro 2, representa-se a expressão da hipótese de aprendizagem.

Quadro 2- Relação de convertibilidade entre representantes

Segundo Duval (1993), a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de, pelo menos, dois registros de representação e esta coordenação é função da rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão. Na reprodução de uma representação semiótica, não significa que não haja diferenciação entre representante e representado, pois existe a possibilidade de considerar uma representação apenas a partir da perspectiva do representante, ou somente do ponto de vista do representado.

Existe uma diferença fundamental na análise de atividades de Matemática, na concepção de aprendizagem e de ensino, numa conjuntura de pesquisa por matemático. Quando se analisa a solução de atividades desenvolvidas por alunos, em geral, não se leva em consideração os aspectos da diferenciação das transformações de um registro em outro. Normalmente, alguns dos problemas de ensino e de aprendizagem, em conteúdos, como por exemplo, o de geometria, pode ser de origem didática e linguística e não propriamente de Matemática em si, haja vista que,

A coordenação dos diferentes registros de representação – escrita algébrica, as figuras geométricas, o discurso na língua natural – ligados ao tratamento dos conhecimentos não se opera espontaneamente, mesmo no curso de um ensino que mobilize uma diversidade de registros. [...] a dificuldade dos alunos para interpretar corretamente um problema e sua incapacidade em produzir a explicação de sua solução com um mínimo de vocabulário apropriado mostram sua limitação para entender os textos mais simples. Ao compreender o senso global, o aluno será capaz de selecionar as informações principais e de revelar as relações das instruções e conseqüentemente a não cometer erros (ALMOULOU, 2007, p. 130).

O domínio de diferentes formas de raciocínio, as interpretações hermenêuticas e heurísticas dos enunciados estão ligadas à mobilização e à articulação da variedade de registros que se pode utilizar.

Ao se trabalhar com a função de conversão, devem-se levar em consideração, inicialmente, as conversões congruentes. Isto porque, normalmente, o aluno escolhe este tipo de conversão por comodidade e por demandar menos tempo de construção da função de representação do objeto. Por outro lado,

Mesmo que a atividade cognitiva de conversão de uma representação possa frequentemente parecer estar estreitamente ligada a uma representação ou a um código, às vezes ela parece

ser irreduzível, visto que a conversão nem sempre pode ser obtida por simples aplicação de fórmulas ou regras (DUVAL, 1993, p. 43).

No quadro 3, mostra-se como se efetuam as mudanças de comportamento, em relação às atividades de tratamento e conversão.

Quadro 3 - Tratamento e conversão de registros (Adaptado de Duval, 2007)

Tratamento: função realizada no próprio registro	Conversão: função realizada de um registro em outro, conservando as mesmas características dos objetos.
Em geral, este tipo de transformação é mais usado, pois ele corresponde a procedimentos de provas, justificativas. Pedagogicamente, a procura do melhor registro, nestes casos, produz uma melhor compreensão e os resultados são mais visíveis para os alunos.	Neste tipo de transformação, pode ocorrer o fenômeno da não congruência. Em geral, isso acontece em função de os alunos não conseguirem perceber duas representações diferentes dos mesmos objetos. No processo de conversão, os fatores de não congruência mudam de acordo com os tipos de registros envolvidos, em que a conversão pode e deve ser efetivada.

Procedimentos Metodológicos

A pesquisa foi realizada com 30 alunos de uma classe de quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município do São Luís do Maranhão. No início do ano letivo de 2013, houve o primeiro encontro entre pesquisador e professora da classe, para uma discussão sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O objetivo foi familiarizar a professora em como deveria aplicar as funções de tratamento e conversão de registros, para avaliar o desempenho escolar dos alunos, durante o ano letivo em curso.

Foram discutidos os artigos: Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática (DUVAL, 2007, p.11-33); Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. 5 (IREM de Strasbourg, 1993, p. 37-65); El razonamiento do livro Semiosis Y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales (DUVAL, 2004, p. 185-213).

Definiu-se que os instrumentos avaliativos seriam aplicados ao final de cada capítulo estudado, desse modo, até o final da pesquisa.

A primeira atividade foi elaborada em conjunto: pesquisador e professora da classe e nela constavam problemas aditivos referentes aos conteúdos ministrados no terceiro e quarto ano do Ensino Fundamental. Didaticamente, este instrumento serviria para diagnosticar o nível de compreensão e de conhecimento dos alunos, em conteúdos de Matemática, trabalhados em anos anteriores de estudo. A atividade foi aplicada a 27 alunos que compareceram à aula, no dia da aplicação da referida atividade. Os alunos tiveram 2 horas para responder às questões propostas.

As soluções dadas às questões pelos alunos foram discutidas conjuntamente pelo pesquisador e professora da classe. Na oportunidade, foram analisadas, fundamentalmente, as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução das questões propostas e o desempenho deles na construção dessas respostas. Essa análise serviu de parâmetro para a sequência de desenvolvimento da pesquisa.

Os outros instrumentos foram aplicados no decorrer da pesquisa, com o objetivo de verificar as habilidades e competências dos alunos na resolução das atividades de aula, portanto, o desempenho escolar, a partir de atividades elaboradas, utilizando-se as funções de tratamento e de conversão de registros de representação.

Atividades Desenvolvidas em Sala de Aula

Nas atividades aplicadas em sala de aula, foram trabalhados, inicialmente, problemas que requeriam do aluno a conversão do registro dado em linguagem natural para o registro numérico. Assim como, o tratamento desses registros. Nesse processo, foi requerido também do aluno que fizesse o tratamento de registros numéricos dentro do próprio registro em que ele foi gerado.

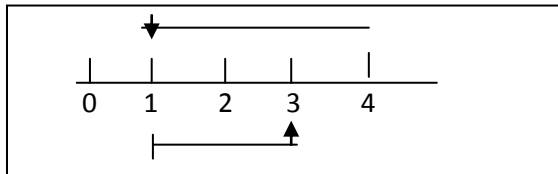
No quadro 4, apresentamos um problema da primeira atividade. Nele se requeria do aluno a conversão do registro linguagem natural para a linguagem numérica, além da conversão o aluno precisava também fazer o tratamento dos registros encontrados. Por outro lado, este tipo de problema permitia aos alunos construir uma gama de respostas sem que, necessariamente, fossem iguais. No quadro 4, apresentamos duas resoluções construídas pelos alunos.

Quadro 4 - Algumas das Respostas Construídas pelos Alunos (Dados extraídos da Pesquisa de Campo)

Problema	Algumas Soluções Construídas	Outras Soluções
Toda semana, você coloca moedas em seu cofre. Um belo dia, você resolve abri-lo e descobre que tem dezesseis reais em moedas de dez centavos, de vinte e cinco centavos, de cinquenta centavos e de um real. Quantas moedas você tem de cada uma?	12 de 1 mais 2 de 50 mais 4 de 25 centavos e vinte de 10 centavos. Outra resposta: 6 de 10 moedas de 10 centavos, 16 moedas de 25 centavos e 8 moedas de 50 centavos	12=50, 6=1, 10=10 e 12=25. Outra resposta: 12 de 1 e 8 de 50 Outra resposta: 1,00 = 14 moedas, 0,50 = 2 moedas e 0,10 = 10 moedas.

No quadro 5, apresenta-se um problema em que se requeria do alunos a conversão do registro linguagem natural para a representação gráfica.

Quadro 5 - Registro de representação em linguagem natural e a solução figural dada por um aluno

<p>Você tem quatro figurinhas, joga uma partida e perde três; joga outra partida e ganha duas figurinhas. Mostre sua resposta em um gráfico ou semi-reta (desenho).</p>	
---	--

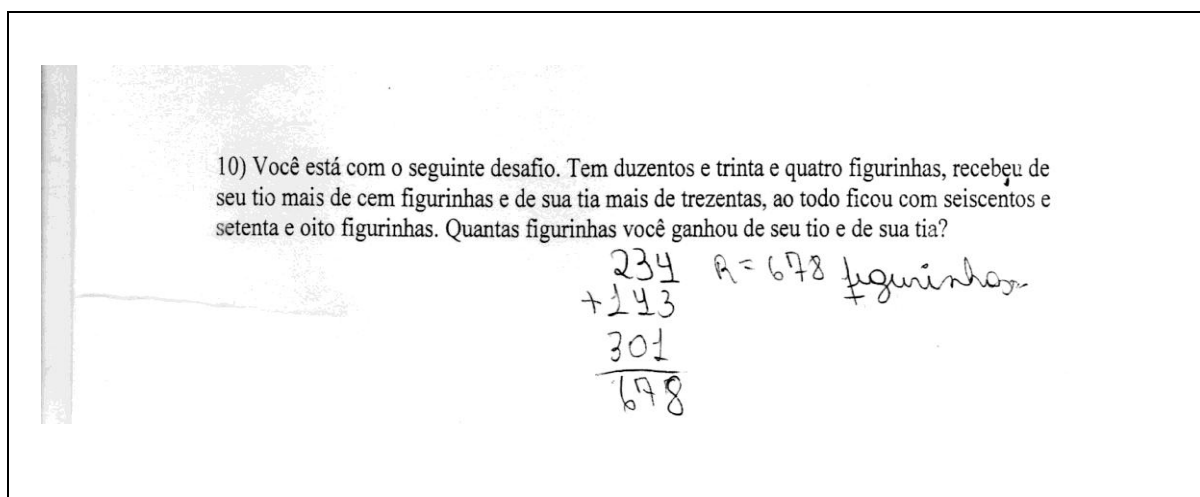
O quadro 6 apresenta-se um problema em que se pedia para os alunos fazer a conversão do registro numérico para o registro linguagem natural.

Quadro 6: Registro numérico e solução dada por uma aluna em linguagem natural

<p>Crie uma historinha para as expressões numéricas.</p> <p>$18 \div 3 + 6 = 12$ e se for</p> <p>$18 \div (3 + 6) =$</p>	<p style="text-align: center;">Solução de Ray</p> <p>Para a primeira expressão: João tinha 18 cavalos e dividiu com seus três irmãos e depois ganhou seis de seu tio.</p> <p>Para a segunda expressão: Júlia tem 18 caixas de bombom Garoto e dividiu entre três amigos e 6 para os seus primos.</p>
--	---

No decorrer da pesquisa, reaplicou-se problemas que requeria do aluno a conversão do registro linguagem natural para o registro numérico e o tratamento dos dados levantados. O quadro 7 apresenta o registro de uma dessas atividades, extraída do caderno de um aluno, sujeito da pesquisa.

Quadro 7: Conversão do registro linguagem natural para registro numérico



Análise dos Dados

Os problemas apresentados nos quadros 4, 5, 6, e 7 fizeram parte das atividades desenvolvidas com os alunos, sujeitos da pesquisa.

Para a análise da passagem de um tipo de registro de representação a outro registro, além de Duval (2007), recorreu-se também aos estudos feitos por Colombo (2008). Este autor afirma que a mudança de registro ocorrerá se existir uma relação de dupla entrada entre sistemas cognitivos e sistemas semióticos. Nesse sentido, não se deve prestigiar mais um sistema de representação do que o outro; se assim ocorrer, poderá haver dificuldade de absorção de conhecimento.

Nas atividades elaboradas usando-se representação de registros em linguagem natural, buscaram-se também os estudos de Freitas (2007). Segundo este matemático, os registros se manifestam por meio de associações verbais entre conceitos, ou seja, por meio de raciocínio.

Nas atividades em que se pedia para o aluno fazer a conversão da linguagem natural para o registro numérico e o tratamento dos dados respectivos, muitos alunos responderam corretamente. Acredita-se que os que não conseguiram

responder de forma satisfatória agiram por falta de entendimento do enunciado. Aproximadamente, 66% acertaram.

É bom destacar que, na conversão da linguagem natural para um registro figural, os resultados foram piores, quando comparados com as demais conversões. Apenas 12% dos alunos conseguiam esboçar graficamente o que se pedia.

Nas atividades em se requeria do aluno fazer a conversão do registro numérico para o registro linguagem natural, muitos deles responderam de forma satisfatória. Foram poucos os que não conseguiram entender o enunciado, embora não tenham conseguido responder corretamente; aproximadamente 50 % obtiveram êxito.

Quando foram reaplicadas atividades que requeriam a conversão do registro linguagem natural para o registro numérico, os resultados melhoraram consideravelmente, aproximadamente 75% de acertos.

Alguns alunos têm muitas dificuldades em trabalhar com representação gráfica. Entendem o enunciado do problema, mas, ao fazerem a representação figural, atrapalham-se e, às vezes, não conseguem explicitar o que querem representar.

Os dados analisados revelam que, na passagem de uma representação para outra representação, os alunos apresentaram dificuldade, ou seja, na mobilização simultânea de mais de um sistema de representação, no decorrer do mesmo percurso, alguns deles não conseguiram ver de forma clara como se processa essa mudança de representação de registro. Na tabela 1, apresentam-se esses dados.

Tabela 1: Percentual de acertos nas atividades produzidas pelos alunos, de acordo com cada tipo de conversão.

Problemas/Quadros	Conversão linguagem natural para registro numérico	Conversão linguagem natural para registro figural	Conversão registro numérico para linguagem natural
4)	66,60 %		
5)		12,00 %	
6)			40%
7)	75,00 %		

Considerações Finais

Os resultados da Pesquisa revelam que alguns alunos são capazes de efetuar, com certo grau de precisão (acerto), a conversão do registro dado em linguagem natural para o registro numérico; o mesmo não ocorre quando se trabalha com outros tipos de conversão, como, por exemplo, a conversão do registro numérico para o registro linguagem natural.

Almouloud (2007) também observou este fato em suas pesquisas. Para ele, alguns dos problemas de ensino e de aprendizagem poderão não ser propriamente da Matemática em si, mas de origem didática e linguística, haja vista que

A coordenação dos diferentes registros de representação: numérica, figural e língua natural, ligados ao tratamento dos conhecimentos, não se opera espontaneamente, mesmo no curso de um ensino que mobilize uma diversidade de registros. [...], a dificuldade dos alunos para interpretar corretamente um problema e sua incapacidade em produzir a explicação de sua solução com um mínimo de vocabulário apropriado mostram

sua limitação para entender os textos mais simples. Ao compreender o senso global, o aluno estará capaz de selecionar as informações principais e de revelar as relações das instruções e conseqüentemente a não cometer erros (ALMOULOU, 2007, p. 130).

A Pesquisa também revelou que, em atividades que envolviam apenas a conversão do registro na linguagem natural para registro numérico, os resultados foram semelhantes aos encontrados por Buehring (2006, p.112-113) e Burato (2006, p.121-122). Nos outros tipos de conversão, linguagem natural para registro figural, linguagem numérica para registro linguagem natural, os resultados obtidos foram semelhantes aos encontrados por Lopes Júnior (2006, p.75-76).

Apesar de a pesquisa ter possibilitado a realização de um experimento criterioso, isso não bastará para afirmar-se que os resultados são gerais, finais ou conclusivos. Não se pode ter a garantia que valha para um universo maior, dado que a amostra trabalhada foi muito pequena. Num ambiente público, sujeito a emoções variadas, às vezes, precisa-se acrescentar algo mais numa pesquisa. Sempre existirão outros parâmetros a serem investigados.

Finalmente apresentam-se os agradecimentos à Universidade Federal do Maranhão-UFMA, especificamente ao Departamento de Matemática, e à Universidade CEUMA-UNICEUMA, especialmente à Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, pela infraestrutura colocada à disposição do pesquisador por estes órgãos, para a realização deste trabalho.

Referências

- ALMOULOU, S. A. Registros de representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos. In: MACHADO, S. D. A.(Org.) **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. 3. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2007.
- BUEHRING, R. S. **Análise de dados no início da escolaridade**: uma realização de ensino por meio dos registros de representação semiótica. 2006. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- BURATTO, I. C. F. **Representação semiótica no ensino da geometria**: uma alternativa metodológica na formação de professores. 2006. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- COLOMBO, J. A. A. **Representações semióticas no ensino**: contribuições para reflexões acerca dos currículos de matemática escolar. 2008. 251f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.
- DAMM, R. F. Registros de representação. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008.
- DUVAL, R. Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A.(Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. 3. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2007.

_____. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, v. 5, Pp. 37-65, 1993.

_____. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. 2. ed. Santiago de Cali, Colômbia: Peter Lang, 2004.

_____. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução Lênio Fernandes Levy e Maria Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FREITAS, J. L. M. de. Registros de representação na produção de provas na passagem da aritmética para a álgebra. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. 3ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

GODINO, Juan. D. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, Madri, v. 39, n. 1/2, Pp. 127-135, 2007.

LOPES JÚNIOR, D. Função do 1º grau: um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1ª série do ensino médio. 2006.145 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2006.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. São Paulo: Papirus, 1997.

PAVLOPOULOU, K. **Propédeutique de l'algèbre linéaire**: la coordination des registres de représentation sémiotique. 1994. 241 f. 1994. Thèse (Doctor dans didactique des mathématiques) L'Institut de Recherche Mathématique Avancée, Strasbourg, 1994.

PEIRCE, C.S. **Semiótica**. Tradução José Teixeira Coelho Neto. 3. ed. São Paulo: Perspectivas, 2005.