



## PROCESSOS PSICOLÓGICOS NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Physiological processes that intervene in the construction of mathematic knowledge

Tarcísio Kummer<sup>1</sup>  
Mérciles Thadeu Moretti<sup>2</sup>

(Recebido em 21/03/2016; aceito em 19/04/2016)

**Resumo:** O estudo objetiva analisar e caracterizar processos cognitivos que intervêm na construção do conhecimento geométrico e gerar um modelo teórico e prático que ajude a interpretá-los. Centram-se nos processos de visualização, raciocínio e construção, em especial a visualização (apreensão perceptiva), a construção de imagens e sua representação. O estudo teórico/empírico que se propõe é resultado da análise das respostas produzidas por alunos do ensino fundamental, em relação aos problemas de geometria.

**Palavras-Chave:** educação matemática. geometria. processos cognitivos.

**Abstract:** This study aims to analyze, and characterize the cognitive processes that intervene in the construction of geometric knowledge, and generate a theoretical and practical model that helps to understand them. With emphasis on the processes of visualization, reasoning, and construction, in particular the visualization (perceptual capturing), the image construction and its representation. The theoretical/empirical study that is proposed, is the result by analysis of the answers given by students of the elementary school, related to geometry problems.

**Keywords:** Mathematics education. Geometry. Cognitive processes.

### Introdução

O ensino da geometria, presente em todos os currículos e anos do ensino fundamental, considerada como uma disciplina para descrever, interagir e compreender o mundo em que vivemos, é talvez o conteúdo da matemática mais intuitivo, concreto e real. Porém, comparado com outras áreas da matemática, é relegada a um segundo plano. Além disso, o processo de ensino e aprendizagem da mesma, no que tange a formalismos impregnados de demonstrações, relacionadas principalmente com a organização do raciocínio e a construção de argumentações lógicas. O aprendiz, induzido a atuação passiva, repete, copia e se limita a observar os resultados apresentados de forma pronta, lógica e acabada pelo livro e/ou professor, deixam pouca margem para exploração, deduções próprias e a construção de conceitos significativos.

---

<sup>1</sup> Doutor em Ciências Pedagógicas pelo ICCP/Havana – Cuba. Professor de Matemática Adjunto IV da UFFS, Brasil. E-mail: [kummer@uffs.edu.br](mailto:kummer@uffs.edu.br)

<sup>2</sup> Doutor em Didática da Matemática pela ULP/Estrasburgo – França. Professor Titular voluntário da UFSC e permanente do PPGECT/UFSC, Brasil. E-mail: [mthmoretti@gmail.com](mailto:mthmoretti@gmail.com)

Entende-se também que o processo de ensino e aprendizagem da geometria não pode ser visto e reduzido à aplicação de teoremas e fórmulas. Outros elementos merecem a atenção, como a apreensão perceptiva e a dedução idiossincrática do aprendiz.

Timidamente, nos últimos anos, o ensino da geometria está mudando, em relação aos objetivos e uso de metodologias. Segundo Duval (2011), o rigor das demonstrações deixa espaço para a *abordagem empírica* dos objetos, agora estudados em situações reais. Objetiva-se motivar o aprendiz para o processo de ensino/aprendizagem, como também, aproximar os objetos ao mesmo. Porém, isso precisa ser estudado com maior profundidade, para ver que aspectos cognitivos estão envolvidos neste processo. Entende-se que na apreensão perceptiva do objeto, principalmente pela visualização, outros processos cognitivos antes mesmo do raciocínio e da representação são relevantes, assim como os conhecimentos prévios do aprendiz, elementos fundamentais da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1976), relevantes neste estudo.

Atividades relacionadas à apreensão perceptiva do objeto, a visualização, a imagem, o raciocínio, a construção geométrica e a análise destes processos cognitivos utilizados pelo aprendiz, de forma individual e conjuntural na construção de conceitos geométricos, são fundamentais. Conhecer estes processos de construção interna e externa serve para intervir objetivamente na construção do conhecimento matemático e do processo ensino aprendizagem.

Segundo Duval (2001), estes processos podem ser realizados separadamente e de forma independente, porém as conexões cognitivas entre eles estão intimamente conectadas para a compreensão significativa da geometria.

O suporte para esta pesquisa no estudo dos processos cognitivos na construção de conceitos geométricos, além do modelo de Duval (2001), busca-se subsídios teóricos, principalmente em Piaget (1974, 1983, 1986) e Vygotsky (1989, 1991), dentre outros, que descrevem ações cognitivas a partir da visualização a construção de imagens mentais, o raciocínio sobre estas e a sua representação. Caracterizar os processos cognitivos a partir da visualização da formação das imagens mentais e sua representação sem esquecer o tipo de raciocínio utilizado pelo aprendiz caracteriza avanços significativos na linha de pesquisa em educação matemática, nesta direção queremos dar a contribuição.

Neste trabalho, quer se aprofundar a análise dos tipos de processos cognitivos (a visualização, o raciocínio e a construção), envolvidos nas atividades geométricas, dando ênfase na **visualização** dos cinco sentidos do homem, que denominamos de apreensão perceptiva. E que a resolução de problemas geométricos, exige do aprendiz a passagem de um tipo para outra apreensão.

Estas três apreensões são independentes umas das outras. A perceptiva é o reconhecimento “visual” imediato da forma.

A imagem interna construída através da apreensão perceptiva, o raciocínio sobre esta, é componente potencial na representação e da construção conceitual da geometria.

A base deste estudo, com aplicação empírica em alunos do 9º. ano do ensino fundamental, objetiva analisar principalmente o processo cognitivo de visualização e para isso foi aplicado um questionário com figuras geométricas e o aprendiz descreve o que visualizou.

### ***Processos Cognitivos na Construção da Matemática***

A elaboração de conceitos matemáticos em geral e geométricos em particular, principalmente na sua fase inicial, passa pela apreensão perceptiva. A complexa dinâmica do desenvolvimento do aprendiz e da formação de conceitos, segundo Vygotsky (1989), precisa: “[...] levar em consideração e a elaboração mental do material sensorial que dá origem ao conceito” (VYGOTSKY, 1989, p. 45). A complexa relação entre o conceito e o objeto é um processo contínuo a ser explorado.

Conforme o Autor, a formação de conceitos, a atividade cognitiva na construção dos mesmos, conforme Vygotsky (1989, p. 48), “[...] são processos mediados, e os signos constituem o meio básico para dominá-las e dirigi-las. O signo mediador e incorporado à sua estrutura como parte indispensável, na verdade a parte central no processo como um todo”. Os signos mediadores podem ser palavras, letras, números gráficos, figuras, dentre outras formas de representação, construídos histórica e socialmente.

Ainda, segundo Vygotsky (1989) o aprendiz na fase inicial da formação de conceitos passa por três estágios. O primeiro denomina de *amontoados sincréticos* é a tentativa de acerto ou erro, que são meras suposições. O segundo estágio de acordo com o autor:

[...] determinada pela posição espacial dos objetos experimentais, isto é, por uma *organização do campo visual da criança* puramente sincrética. A imagem ou grupos sincréticos formam-se como resultado da contigüidade [sic] no tempo ou no espaço dos elementos isolados, ou pelo fato de serem inseridos em alguma outra relação mais complexa pela percepção imediata da criança (VYGOTSKY, 1989, p. 52).

Os três estágios de formação de conceitos relacionados entre si, neste terceiro, “a imagem sincrética, assenta-se numa base mais complexa” é a busca em dar coerência interna e significado à apreensão perceptiva.

A imagem sincrética que forma *amontoados* como visto anteriormente é baseada em conexões vagas e subjetivas, que pode confundir e levar ao erro as conexões estabelecidas entre os objetos. Ou seja, a apreensão perceptiva, mesmo tendo certa coerência interna pode estar errada.

Este apelo visual-imaginativo ao invés de ajudar a compreensão, pode ser um obstáculo quando o aprendiz é pouco desenvolvido ou *treinado* para essa atividade. Piaget (1974) contribui neste sentido e denomina de operações *infralógicas*, aquelas que relacionam e formam o objeto como tal. Concernem às conservações dos aspectos físicos e a constituição do espaço.

Piaget (1974, p. 65) advoga que: “As operações constitutivas de espaço têm, por sua parte, a particularidade de serem acompanhadas de imagens mentais relativamente adequadas: a imagem mental de um quadrado é mais ou menos um quadrado”.

Descreve que a imagem é um símbolo elaborado e interiorizado. Na fase pré-operatória a imagem é *estática* que em seguida, na fase operatória concreta adquire *mobilidade*. Indica que *a instituição geométrica é de natureza operatória* e se esta for acompanhada de representações adequadas: “[...] é em virtude da homogeneidade, especial ao espaço, que existe entre os significantes simbólicos visuais e os significados espaciais” (PIAGET, 1974, p. 65).

As operações, lógico-matemática, que também podem ser a partir dos objetos, os reúnem em classes, em séries com a possibilidade de enumerar, sem se preocupar com a composição interna do objeto. As operações espaciais tem como limite o objeto contínuo como as figuras, o plano, o espaço (figuras espaciais), como objeto contínuo, tem a possibilidade de serem decompostas em partes e com a possibilidade de serem ajuntadas de diversas maneiras, como veremos mais adiante.

Entende-se que é importante também destacar os estudos de Piaget, pois sua linha psicológica exerceu uma influência decisiva sobre o ensino da matemática no século XX. No ponto central da teoria piagetiana, está o desenvolvimento da inteligência, que Piaget descreve, comparando com o modelo biológico, como sistema de possibilidades individuais para o êxito no meio em que vive. A gênese da inteligência individual é considerada como um processo contínuo que, através de adaptações e contato permanente com o meio em que vive, eleva o desenvolvimento a planos sempre mais complexos de pensar e atuar. A mais desenvolvida forma de inteligência humana está, segundo Piaget, no modelo simbólico, racional e formal da matemática. O mecanismo desta gênese, segundo Piaget em sua teoria de equilíbrio, ocorre através de adaptações e desenvolvimento, o indivíduo busca uma sustentável situação de equilíbrio com o meio em que vive. Isto conduz a uma maior reorganização cognitiva, transmitindo uma imagem interior da realidade.

Conforme Piaget (1983), o desenvolvimento das estruturas inteligentes ocorre sempre gradativamente. No primeiro estágio da inteligência *senso-motora* (de 0 a cerca de 2 anos), na segunda se desenvolve o pensamento *pré-operativo* (de cerca de 2 a 7 anos), seguido do pensamento *concreto-operativo* (de cerca 7 a cerca de 12 anos), e finalmente o pensamento *formal operativo* (de cerca de 12 a 15 anos).

A escola, muitas vezes, dá pouca importância para as etapas de desenvolvimento, *queimando* etapas, buscando de imediato o pensamento formal operativo, desconsiderando as estruturas cognitivas e concepções dos aprendizes. Para isso é importante um processo didático e metodológico lógico, para o desenvolvimento operativo do pensamento geométrico a partir da apreensão perceptiva.

Piaget dá a percepção um caráter de reconhecimento: “A percepção é o reconhecimento que adquirimos dos objetos, ou de seus movimentos, pelo contato direto e atual, ao passo que a inteligência é um conhecimento subsistente quando intervêm os desvios e aumentam as distâncias espaço-temporais entre o sujeito e os objetos” (PIAGET, 1983, p. 61).

Sua interpretação de percepção não pode ser transferida para a estrutura inteligente uma vez que ambas estariam baseadas em mecanismos distintos. A percepção tem um caráter estático.

A interpretação da inteligência de Piaget (1983, p. 73) contém:

Num sistema de raciocínios: há uma descentralização geral, que supõe uma espécie de dissolução ou degelo de formas perceptivas estáticas em proveito da mobilidade operatória, e, por conseguinte, há possibilidade de uma construção infinita de estruturas novas, perceptíveis ou ultrapassando os limites de qualquer percepção real.

Concordamos que a gênese da estrutura inteligente não pode ser escrita pelas leis das formas estáticas, uma vez que planos operativos se formam por contínuos. Porém, no nosso entendimento, a percepção também deve ser dessa forma, discrepando da teoria piagetiana, no sentido de que a nossa percepção é apurada constantemente e a impossibilidade de separar ambas.

As aulas de matemática, influenciadas pela psicologia da percepção, segundo Piaget, tiveram um avanço significativo sobre o método verbalístico da idade média. No entanto, não foi suficiente, uma vez que imagens apresentadas, mesmo a partir de materiais concretos, ainda não constituem um significado operativo, uma vez que não são imagens estáticas, porém operações interiores que possibilitam a flexibilidade do pensamento. Não somente imagens, também o manuseio e as atividades, ou seja, as ações estão no centro do desenvolvimento da inteligência.

Piaget indica que as *imagens* são elementos necessários como ponto de introdução e apoio para a gênese do significado operativo. Segundo o autor, a operação e a imaginação tem a mesma origem e não é uma cópia verdadeira do objeto. As *imagens mentais* são cópias ativas do pensamento.

Piaget<sup>3</sup> (1947) segundo Aebli (1973) faz uma analogia entre o desenho e a imagem mental:

O desenho, [...] como uma imagem mental, não prolonga a percepção pura, mas o conjunto de movimentos, [...] comparações, etc., que acompanham a percepção e que denominamos de atividade perceptiva. Os desenhos, como a imagem, são imitações, exteriores ou interiores, do objeto e não fotografias perceptivas (AEBLI, 1973, p. 53).

Esta concepção dada à imagem implica numa nova concepção da apreensão perceptiva, levando em conta um *conjunto de movimentos*.

Aebli (1973) explicita de forma mais didática a importância da apreensão perceptiva, defendida por vários autores e em diversas pesquisas, no entanto, pouca importância é dada no ensino da geometria do ensino fundamental.

Diversos modelos teóricos avançaram nesta linha de investigação, baseados no estudo dos processos cognitivos que intervêm no desenvolvimento geométrico.

---

<sup>3</sup> PIAGET, J. **La psychologie de l'intelligence**, Paris: Armand Colin, 1947. Apud AEBLI, H. **Didática psicológica: aplicação à didática da psicologia de Jean Piaget**. São Paulo: Editora Nacional, 1973.

Neste trabalho buscamos subsídios especialmente a partir da teoria cognitiva de Duval para caracterizar o processo da apreensão perceptiva (visualização) principalmente, sem esquecer que há uma estreita ligação entre a visualização, o raciocínio e a construção, embora que estes podem ser realizados e analisados de forma independente.

Entende-se o processo de *visualização* como um componente fundamental na construção de conceitos geométricos.

### ***A Apreensão Visual em Geometria***

Pesquisas recentes em Geometria indicam a importância de desenvolver uma educação visual adequada para melhorar o processo de ensino.

A visualização, que envolve vários processos mentais, segundo Fainguelernt (1999, p. 53): “Visualização geralmente se refere à habilidade de perceber, representar, transformar, descobrir, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre as informações visuais.”

No presente estudo, a visualização, no processo ensino/aprendizagem da Geometria, de certa forma, indica o domínio da apreensão perceptiva (visão) na construção do conhecimento geométrico, e pela qual o aprendiz estabelece conexões entre a construção interna e o que os sentidos captaram. Entende-se que há necessidade de atenção especial nesse processo cognitivo principalmente no ensino fundamental.

A análise cognitiva das figuras geométricas segundo Duval (2011) é em relação à *maneira de ver*, e perceber a importância que as figuras têm, no sentido de um registro de representação semiótico específico.

Segundo o autor, *ver* implica em três operações: a maneira de *olhar as imagens*, à *percepção dos objetos* e a terceira é a *atividade geométrica* necessária que só tem sentido em matemática. Indica que: “Ver uma figura é reconhecer imediatamente as formas, isto é, os contornos fechados justapostos, superpostos, separados” (DUVAL, 2011, p. 85).

A visão de uma figura implica muito da experiência do aprendiz, no que tange aos objetos da realidade que representam, como também da sua experiência matemática.

Ainda segundo Duval (2011, p. 86): “As figuras geométricas se distinguem de todas as outras representações visuais pelo fato de *que existem sempre várias maneiras de reconhecer as formas ou as unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer umas exclui a possibilidade de reconhecer outras.*”

Para ver matematicamente uma figura geométrica é *preciso mudar o olhar* sobre a mesma, sem modificar a representação visual. É operar sobre as suas formas.

Essa mudança de *olhar* implica em *considerar a dimensão das unidades figurais*. As mesmas podem ser: 3D (figuras tridimensionais), 2D (figuras bidimensionais), 1D (Figuras monodimensionais) e os pontos como 0D, que Duval chama de *gestalts* constituintes de uma figura.

A figura geométrica é composta e configurada por no mínimo duas unidades

figurais. Como exemplo, um quadrado de dimensão 2(2D), uma única figura geométrica, porém podemos considerar sua configuração figural, seus lados como sendo de dimensão 1 (1D). Isso deve em função das relações de paralelismo, simetria, tangente, entre outras, que constituem a figura geométrica.

Observa-se que uma figura pode ser vista como uma única *gestalt*. Porém, a mesma também pode ser vista como uma configuração de várias *gestalts* que a constituem. Em função disso ocorre um processo de visualização diferente entre ambas. Esse movimento que ocorre internamente implica também em mudança na organização perceptiva pelo aprendiz da figura.

Entende-se também que a visualização pode ter uma função de verificação subjetiva e que às vezes obstrui o processo de raciocínio, dando uma *imagem falsa* do real, deve-se estar atento a isso. No entanto, nos referimos ao processo de apreensão perceptiva, no caso a visualização como um processo interligado no raciocínio e a representação, incluindo outros aspectos analíticos, combinações, demonstrações, e outras. Neste contexto, Moretti (2013) escreve que no trabalho de Duval não há hierarquia entre as apreensões e sim uma subordinação, dependendo do problema geométrico proposto ainda: “*Em geral, nas atividades propostas para o ensino fundamental, é a apreensão perceptiva que subordina as demais*” (MORETTI, 2013, p. 291).

Não se quer neste trabalho supervalorizar a apreensão perceptiva em relação aos demais processos cognitivos, como também não inferiorizá-la, ou seja, dando-lhe apenas uma função estática e subjetiva.

Pretende-se integrar aspectos da visualização, para *aprender a ver* as figuras geométricas que Duval (2005) descreve como *olhar icônico* (botanista e agrimensor) e *não icônico* (construtor e inventor) e assim mostrar as mais diversas formas de olhar imagens e figuras. Criando assim novas formas de ver e observar. As formas de *olhar* faz com que as capacidades espaciais se tornem *contínuos dinâmicos*, integrando-as para apreensões geométricas de forma significativa, passando pelas diversas formas de ver e observar.

O Olhar botanista segundo o autor é um olhar qualitativo, com pouca atividade geométrica e da mesma forma o olhar do agrimensor faz uma cópia de escala da figura geométrica. O construtor assim como o inventor atuam com instrumentos sobre a figura, e exercem atividades sobre a mesma, indo além das características e perceptivas estáticas. O Inventor modifica a figura subdividindo a mesma em várias *gestalts*, para explorá-la e entendê-la melhor.

Segundo Moretti (2013, p. 294): “Esses olhares caminham de um lado a outro lado conforme as apreensões em geometria são exigidas. No olhar do botanista, essencialmente é a apreensão perceptiva que é exigida. Na outra ponta, todas as apreensões participam das atividades do olhar do inventor”.

A importância de reconhecer as diversas formas de olhar a figura geométrica pelo aprendiz no processo de ensino aprendizagem pode ser um bom começo para encaminhar estratégias de ensino da geometria.

Neste estudo entende-se a visualização um processo interligado entre a apreensão perceptiva e operatória e a mesma pode não exigir nenhum conhecimento

matemático, mas pode desencadear a apreensão operatória. Entende-se que esta última é a possibilidade de modificar, subdividir, interpretar e organizar estas novas mudanças e como estas operam.

### ***A Apreensão Operativa e o Raciocínio em Geometria***

Como vimos anteriormente, uma figura geométrica plana, que é o caso da nossa pesquisa, é constituída por mais de uma *gestalts*, como também tem mais subconfigurações. A complexidade em visualizar, raciocinar, representar e relacionar as *gestalts* são obstáculos para o ensino e aprendizagem em Geometria. Neste sentido, descreve Duval (2011, p. 89): “A operação essencial relativa às figuras geométricas não é, portanto, construí-las, mas descobrir dimensionalmente todas aquelas que são construídas instrumentalmente ou com um software.” A importância disso é o entendimento e o raciocínio sobre cada dimensão e componente da figura geométrica.

A apreensão operativa ocorre quando o aprendiz produz uma modificação na configuração inicial de uma figura geométrica para resolver um problema. Esta apreensão pode ser tanto na modificação da figura como um todo, como também das subconfigurações.

Segundo Duval (2004, p. 165): “Naturalmente, se pode aumentar o número das partes da figura por um fracionamento de suas unidades figurais elementares.”

Entende-se que no processo do desenvolvimento de capacidades geométricas, é fundamental uma atenção especial a identificação das configurações de dimensão, tanto na apreensão perceptiva como na apreensão operativa, já nos anos iniciais de ensino, para facilitar o raciocínio. Nas figuras geométricas bidimensionais, é necessário analisar as mesmas desde a perspectiva unidimensional e suas subconfigurações.

Essa perspectiva do processo de ensino/aprendizagem e raciocínio geométrico permite aos aprendizes a possibilidade da apreensão operativa e permite solucionar problemas relacionados a diversas situações com as quais se defronta, valorizando assim os aspectos intrínsecos de figuras geométricas, da importância e utilidade destes e do próprio pensamento matemático.

Com este processo de aprendizagem da geometria o aprendiz poderá desenvolver todo o seu potencial de raciocínio, conhecendo aspectos internos das figuras geométricas, a sua composição, como também operar e raciocinar sobre a sua *gestalt* como um todo.

Entende-se assim com os aspectos descritos, que para operar e raciocinar geometricamente de forma significativa o aprendiz deverá ser conduzido a um pensamento flexível, crítico e principalmente analítico para ver, raciocinar, interpretar e tomar decisões para enfrentar situações matemáticas em geral e problemas geométricos em particular.

As estratégias *cognitivas* de apreensão e raciocínio são planos de ação, que o aprendiz realiza, utilizando-as como instrumentos para otimizar o processo de organização, construção e recuperação de elementos, neste estudo, de figuras geométricas como um todo, como também a composição das mesmas.



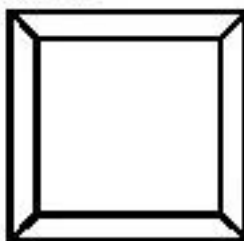
Entende-se que estas estratégias por sua vez supõe a participação de outras mais amplas que denominamos de *metacognitivas*, que tem a ver com os processos conscientes do aprendiz de seus próprios processos *cognitivos* em função de determinadas situações matemáticas ou geométricas que se apresentam.

### **Análise das Respostas dos Alunos**

O estudo empírico foi realizado numa classe de 30 alunos, do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública do estado de Santa Catarina. Consta de quatro questões de figuras geométricas planas, de duas foi solicitado para escrever o que pode ver e observar na figura e das outras duas questões foi solicitado para descrever as figuras.

O objetivo fundamental é analisar os processos cognitivos de visualização em especial, como também o raciocínio e a representação.

#### Questão I



**Figura 1:** Questão I

Fonte: autores da pesquisa.

Numa análise quantitativo-qualitativa podemos observar as respostas dos alunos resumidos no quadro a seguir da questão I, Figura 1 e do solicitado: Escreva o que você pode ver e observar nesta figura, conforme Quadro I (Figura 2).

O que você pode ver e observar	Ocorrência	Obs.: viram e observaram/ocorrência
Dois quadrados	12	Um quadrado dentro de outro = 3
Um cubo/caixa	08	Um cubo = 5 e uma caixa = 3
Um quadrado	04	
Porta retrato/moldura	04	Porta retrato = 2 e moldura = 2
Dois quadrados e quatro trapézios	02	

**Figura 2:** Quadro I

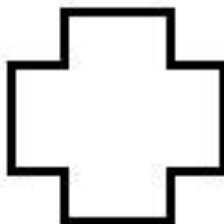
Fonte: autores da pesquisa.

Observa-se que numa primeira análise que colocamos em *cinco grupos* de alunos de que puderam ver e observar na figura. Porém, num olhar mais atento podemos observar *sete grupos* de observações diferentes de 30 alunos. E com uma análise mais apurada, observando o que os aprendizes escreveram, aumenta consideravelmente o que cada um observou e pode ver. Como exemplo, um aluno observou e viu na figura *dois quadrados e oito pontos* (pontos de interseção de

segmentos). Outro aluno observou *um quadro que parece uma janela*, assim por diante.

O que atenta é de que o professor espera um tipo de resposta e o aprendiz dá outras. No caso anterior certamente o professor viu *dois quadrados e quatro trapézios*, enquanto que, de trinta alunos somente dois viram o que o professor queria que observassem.

### Questão II



**Figura 3:** Questão II

Fonte: autores da pesquisa.

Da mesma forma como na questão anterior pode-se observar as respostas dos alunos resumidos no quadro a seguir, da questão II, Figura 3 e do solicitado: Escreva o que você pode ver e observar nesta figura, conforme Quadro II (Figura 4):

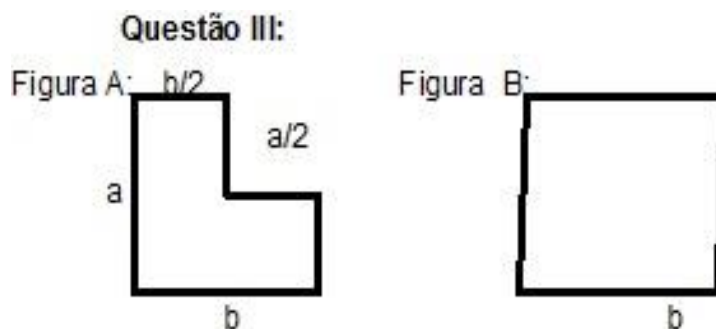
O que você pode ver e observar	Ocorrência	Obs.: viram e observaram/ocorrência
Uma figura de 12 lados	10	
Um quadrado e 4 retângulos	09	
Uma cruz/símbolo da saúde	05	Uma cruz=3 e símbolo da saúde=2
Dois retângulos, um sobre o outro.	03	
Três retângulos	02	
Dois retângulos que se partem no meio	01	

**Figura 4:** Quadro II

Fonte: autores da pesquisa.

A grande quantidade de respostas diferentes indica a idiosincrasia de ver e observar a figura. Além disso, outras observações foram registradas como: *se dobrar as laterais vai ficar um quadrado*, dentre outras.

Atenta-se ao fato de que 15 alunos *dividiram* a figura, obtendo assim outras subconfigurações e *gestalts* para descrever e interpretar a mesma. Faremos a análise posterior dessas situações.



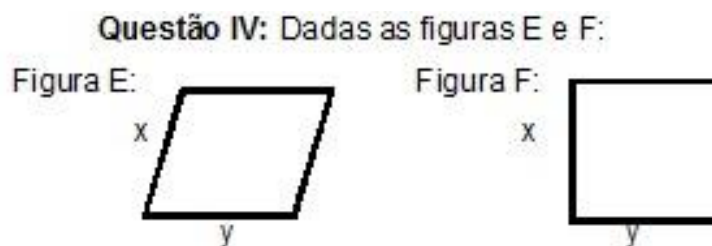
**Figura 5:** Questão III  
Fonte: autores da pesquisa.

No quadro III (Figura 6) a seguir, podemos observar as respostas dos alunos resumidos em relação às figuras, onde foi solicitado: Descreva as figuras A e B (Figura 5):

Descreva as figuras (A) e (B)	Ocorrência
(A) 3/4 de um quadrado e (B) um quadrado	05
(A) Um hexágono e (B) um quadrado	04
(A) Três quadrados pequenos e (B) um quadrado grande	03
(A) Um quadrado não completo e (B) um quadrado	03
(A) Um L de 8 lados e (B) um quadrado	02
(A) Um retângulo e um quadrado e (B) um quadrado	02
(A) Três quadrados pequenos e (B) um quadrado grande	02
(A) Dois retângulos um sobre o outro e (B) um quadrado	02
(A) A figura se parece com escada e (B) um quadrado	02
(A) Um quadrado com a ponta dobrada e (B) um quadrado	02
Não responderam	03

**Figura 6:** Quadro III  
Fonte: autores da pesquisa.

Neste processo, podem-se observar também, assim como nos quadros anteriores, as diversas formas de descrever a figura (A) e a quase unanimidade em descrever a figura (B), porém, nenhum aluno percebeu que para a figura (B) ser um quadrado, a medida do lado **a** deve ser igual à medida do lado **b** (**a=b**). E se percebesse que quando **a ≠ b**, certamente mais uma dezena de opções de análise seriam possíveis, além das descritas no quadro III (Figura 6).



**Figura 7:** Questão IV  
Fonte: autores da pesquisa.

No quadro IV (Figura 8) a seguir, podemos observar as respostas dos alunos resumidos em relação às figuras, onde foi solicitado: Descreva as figuras E e F (Figura 7):

Descreva as figuras (E) e (F)	Ocorrência
(E) Um quadrado e (F) um quadrado, (dois quadrados)	10
(E) Um quadrado inclinado/torto e (F) um quadrado	09
(E) Um paralelogramo e (F) um quadrado	05
(E) Dois triângulos e um retângulo e (F) um quadrado	02
(E) Dois triângulos e (F) um quadrado	01
Não responderam	03

**Figura 8:** Quadro IV

Fonte: autores da pesquisa.

Podem-se observar as diversas formas de descrever a figura (E) e a quase unanimidade em descrever a figura (F), porém, nenhum aluno percebeu que para a figura (F) ser um quadrado, a medida do lado  $x$  deve ser igual à medida do lado  $y$ , ( $x=y$ ). Ao perceber a possibilidade de  $x \neq y$ , da mesma forma como na questão anterior, as possibilidades mudam.

A variedade de formas de visualização o manuseio e as atividades sobre as figuras lhes dão significado e *operatividade*, não mais de forma estática e sim um conjunto de *movimentos* indicadas como *ações*, que Piaget (1983) e Aebli (1973), descrevem como o centro do desenvolvimento da inteligência.

As diversas formas de *olhar* as figuras geométricas, presentes nas respostas dos alunos indicam o *olhar icônico* e *não icônico* teorizado anteriormente, ficou bem caracterizado.

Entende-se assim que para aprender geometria de forma significativa é necessário atentar ao processo da apreensão perceptiva, no entanto não se esquecer de que há uma estreita relação entre a visualização, raciocínio e construção.

Observa-se também que há uma necessidade de desenvolver a *maneira de ver* a figura geométrica, conforme descreve Duval (2011), ou seja, operar matematicamente sobre as suas formas, considerando as dimensões das *unidades figurais*, que o autor chama de *gestalts*.

As reconfigurações das figuras, a organização e subdivisão das mesmas, permite uma análise mais precisa dos processos cognitivos utilizados.

Vejamos a partir do solicitado e das respostas dos alunos da Figura 1 e descritas no quadro I (Figura 2) (O que você pode ver e observar), 10 de 30 alunos observaram um quadrado dentro de outro. Isso implica numa visão de figura geométrica plana, ou seja, em 2D. Enquanto que 8 de 30 alunos observaram um cubo ou uma caixa, em perspectiva 3D. Observações idiossincráticas e distintas pelos aprendizes merecem atenção e análise especial no processo de ensino aprendizagem em geometria.

Respostas dos alunos em relação à Figura 3 e descritas no quadro II (Figura 4) (O que você pode ver e observar), 09 alunos de 30 observaram um quadrado e 4 retângulos, enquanto que 5 alunos observaram uma cruz/símbolo da saúde. A primeira implica em *subconfigurações* da *gestalts* da figura, onde ocorreu uma ação subdivisão da mesma e está presente o pensamento geométrico neste processo. Enquanto que na segunda, há uma aplicação das experiências do aprendiz, com a possibilidade da ausência do pensamento matemático. O primeiro grupo visualizou, raciocinou e representou a figura da seguinte forma:



**Figura 9:** Figura Questão II Modificada  
Fonte: autores da pesquisa.

A possibilidade de observar a figura geométrica dessa forma amplia consideravelmente os diferentes processos de ver, raciocinar e representar em relação à mesma. Da mesma forma podemos analisar as demais respostas do total de 15 alunos que subdividiram a figura e observaram: *Dois retângulos, um sobre o outro; Três retângulos; Dois retângulos que se partem no meio*. O professor deve estar atento nestes processos e a idiosincrasia dos aprendizes para encaminhar o processo de ensino e aprendizagem da geometria.

Na análise das observações dos alunos sobre as Figuras 5 e 7, descritas nos respectivos quadros, deixa claro a forma individual, idiosincrática de ver raciocinar e representar figuras geométricas, além da diversidade das mesmas. Ao ter um quadro mais objetivo das operações cognitivas e os processos figurais, o professor pode melhor encaminhar estratégias metodológicas para o ensino da geometria.

### Considerações Finais

A variedade de processos cognitivos de visualização, raciocínio e representação das figuras geométricas apresentadas e as diversas ações sobre as mesmas, indicam a idiosincrasia do aprendiz no processo.

As pessoas pensam e tem ideias diferentes sobre um mesmo objeto. Somos seres humanos distintos, mas capazes de desenvolver nosso raciocínio geométrico. O professor deve estar atento a isso. Mas de que forma? Permitir que o aluno expresse suas ideias e as compartilhe, para que se chegue a uma ou diversas soluções.

O professor pode detectar dificuldades de compreensão e análise de figuras geométricas fazendo boas perguntas, permitir o diálogo e a interação para o aluno visualizar e raciocinar.

As questões de geometria apresentadas para os aprendizes e a diversidade de respostas obtidas, na análise das figuras geométricas, indica a diversidade de ver, olhar e observar as mesmas. Ao analisar as respostas, situando os mesmos em dois

grandes grupos, temos que no primeiro, o aprendiz estabelece conexões entre a construção interna e o que os sentidos captaram. Implica muito da experiência de vida e do conhecimento cotidiano. No segundo, o ver, olhar e observar matematicamente a figura geométrica, opera sobre as suas formas, considerando a dimensão das unidades figurais e as constituintes de uma figura geométrica, expressas neste estudo.

As figuras geométricas em geral e no estudo das figuras planas, compostas por mais *gestalts* e observando as mais variadas respostas dos alunos, indica a complexidade de visualizar, raciocinar, representar e relacionar as *gestalts* de cada figura. Indica também a importância de relacionar e raciocinar sobre essas.

Consideramos relevante o processo configural, em especial a manifestação através de subdivisões, isso permite de certa forma, explicar o comportamento dos aprendizes para resolver problemas de geometria, sendo possível estabelecer uma relação entre a visualização, o raciocínio e a representação. Ao aceitar a relevância do processo configural, entende-se o papel importante que ele desenvolve no desenvolvimento de processos de visualização nos alunos, e o relacionamento com os demais processos cognitivos.

O estudo demonstra as diversas formas de apreensão perceptiva de figuras geométricas e dos processos psicológicos envolvidos. Indica a importância de desenvolver uma educação visual adequada para a construção do conhecimento em geral e em especial o geométrico.

Neste artigo apresentamos situações de geometria, para traçar um modelo teórico/prático para caracterizar o comportamento do aprendiz principalmente no processo cognitivo de visualização, sem subjugar as demais.

O modelo, em construção, trata de integrar termos diferentes, adaptando significados, para seguir o objetivo proposto na introdução. Entende-se que oferecemos uma aproximação da coordenação dos processos cognitivos, destacando a visualização, ou seja, as várias formas de ver, observar e representar uma figura. É evidente que esta linha de investigação precisa seguir para seu aperfeiçoamento, tanto no sentido teórico como também prático, para melhorar o processo de ensino da geometria.

## Referências

AEBLI, H. **Didática psicológica**: aplicação à didática da psicologia de Jean Piaget. São Paulo: Editora Nacional, 1973.

AUSUBEL, D. P. **Psicología educativa**: un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas, 1976.

DUVAL, R. **La Geometría desde un Punto de Vista Cognitivo**. Tradución Víctor Hernández y Martha Villalba. PMME-UNISON. 2001.

\_\_\_\_\_. **Ver e ensinar matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

\_\_\_\_\_. **Semiósis y pensamiento humano:** registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Tradución Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Universidad del Valle, 2004.

DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. **Annales** de Didactique et Sciences Cognitives, IREM de Strasbourg v. 10, p. 5-53, 2005.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

MORETTI, M. T. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem de geometria. **Acta Scientiae**, Porto Alegre, v.15, n.2, p. 289-303, 2013.

PIAGET, J. **A linguagem e o pensamento a criança.** Tradução Manuel Campos 4 ed.. São Paulo: Martins Fontes, 1986.

\_\_\_\_\_. **Para compreender Piaget.** Tradução Maria José J. G. de Almeida. 4 ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1974.

\_\_\_\_\_. **Psicologia da inteligência.** Rio de Janeiro: Zahar, 1983.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

\_\_\_\_\_. **Pensamento e linguagem.** 2 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.